

ПРЕДПРОФИЛЬНАЯ
И ПРОФИЛЬНАЯ
ПОДГОТОВКА

С.С. Минаева

Дроби и проценты

5-7

классы



Предпрофильная и профильная подготовка

С.С. Минаева

Дроби и проценты

5—7 классы

*Основные, типовые
и разные задачи на проценты*

Круговые диаграммы

*Задачи на проценты,
решаемые с помощью уравнений*

Задачи, решаемые с калькулятором

Комментарий для учителя

Ответы и подсказки

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2012

УДК 373:51
ББК 22.1я72
М61



Минаева, С.С.

М61 Дроби и проценты. 5–7 классы / С.С. Минаева. — М.: Издательство «Экзамен», 2012. — 125, [3] с. (Серия «Предпрофильная и профильная подготовка»)

ISBN 978-5-377-03450-6

Сборник содержит свыше 300 текстовых задач по тематике, связанной с изучением дробей и процентов. В него включены задачи, решению которых в школе придается серьезное значение и которые включаются в итоговую проверку математической подготовки учащихся за курс основной школы. Задачи сгруппированы от простых до более сложных и представлены в шести вариантах. Первый вариант снабжен комментарием к решению. Ко всем задачам приводятся ответы и в ряде случаев подсказки к решению, что обеспечит организацию индивидуальной помощи учащемуся в его самостоятельной работе.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

**УДК 373:51
ББК 22.1я72**

Подписано в печать 05.09.2011.

Формат 84х108/32. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.

Уч.-изд. л. 2,67. Усл. печ. л. 6,72. Тираж 5000 экз. Заказ № 11990.

ISBN 978-5-377-03450-6

© Минаева С.С., 2012

© Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Предисловие редакции</i>	6
Глава 1. Основные задачи на дроби и проценты	7
Задача 1.1. Нахождение части целого.	7
Задача 1.2. Нахождение нескольких процентов от данной величины.	9
Задача 1.3. Восстановление целого по известной его части.	10
Задача 1.4. Восстановление величины по известным ее процентам.....	12
Задача 1.5. Нахождение отношения величин.	14
Задача 1.6. Выражение отношения в процентах.	15
Глава 2. Типовые задачи на дроби и проценты	17
Задача 2.1. Увеличение (уменьшение) на часть целого.....	17
Задача 2.2. Увеличение (уменьшение) на несколько процентов.	19
Задача 2.3. Прикидка вместо точных подсчетов.	21
Задача 2.4. Увеличение (уменьшение) на несколько процентов раз и еще раз.....	22
Задача 2.5. Сложные проценты.	24
Задача 2.6. Увеличение на 100%, 200%.....	25

Задача 2.7. Уменьшение в несколько раз.....	27
Задача 2.8. Часть от части целого.....	29
Задача 2.9. Проценты от процентов целого.	32
Глава 3. Разные задачи на дроби и проценты.....	34
Задача 3.1. Нахождение целого по его части.....	34
Задача 3.2. Нахождение целого по его процентам... 	35
Задача 3.3. Выражение остатка через часть целого....	37
Задача 3.4. Выражение остатка процентами целого. 	39
Задача 3.5. Выражение величины частью целого. ...	40
Задача 3.6. Выражение величины процентами целого.....	42
Задача 3.7. Часть от части целого.....	44
Задача 3.8. Проценты от процентов целого.	45
Задача 3.9. Оставшаяся часть целого.	46
Задача 3.10. Оставшиеся проценты целого.....	48
Задача 3.11. Сложение процентов.....	50
Задача 3.12. Уменьшение (увеличение) на несколько процентов.	52
Задача 3.13. Сравнение величин.....	53
Задача 3.14. Отношение процентов.	56
Задача 3.15. «Потери», выраженные в процентах... 	58
Задача 3.16. Концентрация раствора.....	59
Глава 4. Круговые диаграммы.....	61
Задача 4.1. Анализ диаграммы.	61

Задача 4.2. Выбор диаграммы.	65
Задача 4.3. Построение диаграмм.	69
Задача 4.4. Построение диаграмм.	71
Задача 4.5. Построение диаграмм.	74
Задача 4.6. Интерпретация данных.	79
Глава 5. Задачи на проценты, решаемые с помощью уравнений	83
Задача 5.1. Нахождение первоначальной стоимости.	83
Задача 5.2. Сравнение цен.	84
Задача 5.3. Доход по вкладу.	86
Задача 5.4. Выделение частей целого.	88
Задача 5.5. Изменение процентного содержания.	91
Задача 5.6. Разделение целого на части.	92
Глава 6. Задачи, решаемые с калькулятором.	94
Задача 6.1. Банковские операции.	94
Задача 6.2. Многократное изменение цены.	96
Задача 6.3. Удвоение вклада.	101
Задача 6.4. Ежемесячные выплаты кредита.	104
Задача 6.5. Сравнение доходов.	107
Задача 6.6. Накопление на банковском счете.	110
Задача 6.7. Вычисление вероятности.	112
Задача 6.8. Интерпретация данных.	114
Комментарий для учителя	123

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКЦИИ

Математика — королева
и служанка всех наук.
К.Ф. Гаусс

Жизнь украшается двумя вещами —
занятием математикой и ее преподаванием
С. Пуассон

Уважаемый школьник!

Вы держите в руках книгу новой серии «Предпрофильная и профильная подготовка», созданной в издательстве «Экзамен» для тех, кому интересна математика.

Книги этой серии помогут Вам изучить отдельные разнообразные разделы школьной математики. Наша цель — изложить их абсолютно понятно не только хорошо успевающим по математике школьникам, но и стремящимся стать такими.

Мы хотим донести до Вас суть представленных математических тем, исчерпывающую законченность (завершенность) математических доказательств, логику и красоту решений.

Отобранные нами для этой серии авторы — профессионалы математики: кандидаты и доктора наук, преподаватели МГУ им. М.В. Ломоносова, курирующие преподавание математики в России, а также талантливые титулованные учителя. Сведения о них Вы найдете на четвертой сторонке обложки.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ НА ДРОБИ И ПРОЦЕНТЫ

Задача 1.1. Нахождение части целого.

- а) Андрей вышел из дома к озеру, до которого 900 м. Пройдя $\frac{3}{5}$ пути, он встретил друга. На каком расстоянии от дома Андрей встретил друга?

Комментарий к решению

Целое задано числом 900. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти $\frac{3}{5}$ от 900.

Способ 1.

Найдем $\frac{1}{5}$ от 900 и результат умножим на 3; получим $900 : 5 \cdot 3 = 180 \cdot 3 = 540$.

Способ 2.

Умножим число 900 на дробь $\frac{3}{5}$ и получим 540.

Ответ: 540 м.

- б) Туристы за три дня прошли 108 км. В первый день они прошли треть всего пути, а во второй день — $\frac{4}{9}$ всего пути. Сколько километров они прошли в третий день?

Подсказка к решению. Найдите, какую часть пути туристы прошли в третий день.

Ответ: 24 км.

- в) Ребята заработали 5600 р. На подарки к Новому году для ребят подшефного детского сада они потратили четверть всех денег, а на организацию лотереи — $\frac{3}{7}$ всех денег. Сколько денег осталось?

Подсказка к решению. Найдите, какая часть всех денег осталась.

Ответ: 1800 р.

- г) В драмкружке занимаются 45 взрослых и детей. Число взрослых составляет $\frac{2}{5}$ числа всех драмкружковцев, число всех мальчиков составляет пятую часть всех драмкружковцев. Сколько всего девочек занимается в драмкружке?

Подсказка к решению. Найдите, какую часть всех драмкружковцев составляют девочки.

Ответ: 18 девочек.

- д) Нужно приготовить 800 г салата, 0,4 которого составляют помидоры, 0,3 — перец, 0,1 — лук, а остальное — огурцы. Сколько граммов огурцов надо взять для такого салата?

Ответ: 160 г.

- е) Для приготовления компота собирают фруктовую смесь: $\frac{2}{5}$ смеси составляют яблоки, четверть смеси — груши, пятую часть — сливы, а остальное — изюм. Сколько изюма надо взять для приготовления 1,5 кг такой смеси?

Ответ: 225 г.

Задача 1.2. Нахождение нескольких процентов от данной величины.

- а) В избирательном округе 35000 избирателей. В голосовании приняло участие 67% всех избирателей. Сколько человек голосовало?

Комментарий к решению

Способ 1.

Сначала найдем 1% всего числа избирателей, т.е. одну сотую целого: $35000 : 100 = 350$. Теперь найдем 67% всего числа избирателей: $350 \cdot 67 = 23450$.

Способ 2.

Используем умение находить часть целого. 67% величины — это 67 ее сотых долей, т.е. 67% выражаются дробью $\frac{67}{100}$ или 0,67. Чтобы найти $\frac{67}{100}$ (или 0,67), нужно 35000 умножить на дробь: $35000 \cdot 0,67 = 23450$.

Ответ: 23450 избирателей.

- б) В библиотеке 44000 книг. Книги об искусстве составляют 48% всех книг, а о политике 37% всех книг. Остальные книги составляют словари. Сколько всего словарей в этой библиотеке?

Подсказка к решению. Найдите, сколько процентов числа всех книг библиотеки составляют словари.

Ответ: 6600 словарей.

- в) Андрей за работу над новым проектом получил премию 15 тыс. р. Он истратил часть денег на подарки: 15% — родителям, 10% — жене и 7% — сыну. Сколько денег у него осталось?

Подсказка к решению. Выразите в процентах количество оставшихся денег.

Ответ: 10200 р.

- г) За неделю туристы проехали 50% пути на поезде и 35% пути на автобусе. Остальную часть пути они прошли пешком. Сколько километров туристы прошли пешком, если весь туристский маршрут составил 300 км?

Подсказка к решению. Выразите в процентах путь, пройденный пешком.

Ответ: 45 км.

- д) Для приготовления компота собирают фруктовую смесь: 40% смеси составляют яблоки, 25% — груши, 20% — сливы, а остальное — изюм. Сколько изюма надо взять для приготовления 1,5 кг такой смеси?

Ответ: 225 г.

- е) Нужно приготовить 800 г салата, 30% которого составляют помидоры, 45% — огурцы, 10% — лук, а остальное — перец. Сколько граммов перца надо взять для такого салата?

Ответ: 120 г.

Задача 1.3. Восстановление целого по известной его части.

- а) Андрей вышел из дома к озеру и, пройдя $\frac{3}{5}$ расстояния до озера, он встретил друга. Расстояние от дома до встречи с другом составило 540 м. Каково расстояние от дома Андрея до озера?

Комментарий к решению

Известна часть целого — число 540. Этой части соответствует дробь $\frac{3}{5}$. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти по дроби $\frac{3}{5}$ неизвестное целое.

Способ 1.

Так как 540 — это три пятых целого, то одна пятая — это $540 : 3 = 180$. А все целое — это пять пятых и оно равно $180 \cdot 5 = 900$.

Способ 2.

Разделим число 540 на дробь $\frac{3}{5}$, получим 900.

Ответ: 900 км.

- б) В сборнике по фантастике две повести. Первая занимает 35 страниц, что составило $\frac{5}{7}$ книги. Сколько всего страниц в книге?

Ответ: 49 страниц.

- в) Швея сшила 60 рубашек, что составило $\frac{2}{7}$ всей партии рубашек. Сколько штук рубашек составляет вся их партия?

Ответ: 210 рубашек.

- г) В октябре число отдыхающих в пансионате уменьшилось, и были заняты всего 90 номеров, что составило $\frac{5}{9}$ всех номеров. Сколько всего номеров для отдыхающих этого пансионата?

Ответ: 162 номера.

- д) Фирма платит рекламным агентам $\frac{1}{20}$ от стоимо-

сти заказа. На какую сумму агент должен найти заказ, чтобы заработать 1000 рублей?

Ответ: 20000 р.

- е) Масса яблок составляет $\frac{3}{7}$ массы фруктового салата.

Сколько получится салата, если взяли 420 г яблок?

Ответ: 980 г.

Задача 1.4. Восстановление величины по известным ее процентам.

- а) В избирательном округе голосовало 23450 избирателей, что составило 67% всех избирателей. Сколько всего избирателей в округе?

Комментарий к решению

Способ 1.

Сначала найдем 1% избирателей, принявших участие в голосовании: $23450 : 67 = 350$. Теперь найдем 100% всего числа избирателей: $350 \cdot 100 = 35000$.

Способ 2.

Используем умение восстанавливать целое по известной его части.

67% величины — это 67 ее сотых долей, т.е. 67% выражаются дробью $\frac{67}{100}$ или 0,67.

Чтобы найти $\frac{67}{100}$ (или 0,67), нужно 23450 разделить на дробь: $23450 : 0,67 = 35000$.

Ответ: 35000 избирателей.

б) Изюм, получаемый при сушке винограда, составляет 32% его массы.

1) Сколько изюма получится из 5 кг винограда?

2) Из какого количества винограда получится 2 кг изюма?

Ответ: 1) 1,6 кг; 2) 6,25 кг.

в) Морская вода содержит 5% соли.

1) Сколько соли в стакане морской воды (200 г)?

2) Какое количество морской воды надо взять, чтобы в ней содержалось 200 г соли?

Ответ: 1) 10 г; 2) 4 кг.

г) Магазин предлагает за 2000 р. дисконтную карту на год, которая дает право на 10% скидки при покупке товаров в этом магазине. На какую минимальную сумму необходимо приобрести товаров за этот год, чтобы покупка дисконтной карты оправдалась?

Подсказка к решению. 2000 р. должны вернуться к покупателю, а это произойдет в том случае, если 10% стоимости покупаемого товара составят не менее 200 р.

Ответ: 20000 р.

д) Фирма платит рекламным агентам 5% от стоимости заказа. На какую сумму агент должен найти заказ, чтобы заработать тысячу рублей?

Ответ: 20 тыс. р.

е) Масса изюма составляет 15% массы фруктовой смеси. Сколько получится смеси, если взято 90 г изюма?

Ответ: 600 г.

Задача 1.5. Нахождение отношения величин.

- а) В школе 630 учащихся. В спартакиаде приняло участие 345 учащихся школы. Какая часть всех учащихся школы приняла участие в спартакиаде?

Комментарий к решению

Один учащийся школы — это $\frac{1}{630}$ часть всех учащихся школы. Поэтому 345 учащихся составляют $\frac{345}{630}$ всех учащихся школы. Сократив полученную дробь, запишем $\frac{23}{42}$ всех учащихся школы.

Ответ: $\frac{23}{42}$ всех учащихся школы.

- б) В доме 128 квартир, причем 56 квартир — трехкомнатные. Какую часть всех квартир составляют трехкомнатные?

Ответ: $\frac{7}{16}$.

- в) Для выращивания рассады огурцов посадили 60 семян. Проросло 48 семян. Какая часть всех семян проросла?

Ответ: $\frac{4}{5}$.

- г) Кувшин вмещает 1200 мл сока. Какую часть кувшина нужно заполнить, чтобы в нем оказалось 900 мл сока? Какая часть кувшина останется незаполненной?

Ответ: $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{4}$ кувшина.

- д) Из 20-литрового бидона, наполненного водой, отлили 12 литров. Какую часть бидона заполняет оставшаяся в нем вода?

Подсказка к решению. Сначала определите количество оставшейся воды.

Ответ: $\frac{2}{5}$.

- е) Автомобиль, стоивший 70 тыс. р., после подорожания стал стоить 84 тыс. р. Какую часть от новой цены составила старая цена?

Ответ: $\frac{5}{6}$.

Задача 1.6. Выражение отношения в процентах.

- а) На телеграфе получено 360 телеграмм. Из них 144 телеграммы — поздравительные. Сколько процентов составляет часть поздравительных телеграмм?

Комментарий к решению

Сначала найдем, какую часть одна величина (число поздравительных телеграмм) составляет от другой (общего числа телеграмм): $\frac{144}{360} = \frac{2}{5}$, затем выразим ее при необходимости десятичной дробью, а затем — в процентах 40%.

Ответ: 40%.

- б) Жюри прослушало 120 чтецов и для участия в финале конкурса отобрало 18 лучших из них. Найдите, какую часть всех чтецов отобрало жюри и выразите ее в процентах.

Ответ: 15%.

- в) Для выращивания рассады огурцов посадили 60 семян. Проросло 48 семян. Сколько процентов составляет часть семян, которая проросла?

Ответ: 80%.

- г) Кувшин вмещает 1200 мл сока. Сколько процентов составляет часть кувшина, которую нужно заполнить, чтобы в нем оказалось 900 мл сока? Какая часть кувшина останется незаполненной?

Ответ: 75%, 25%.

- д) Из 20-литрового бидона, наполненного водой, отлили 12 литров. Сколько процентов составляет часть бидона, которую заполняет оставшаяся в нем вода?

Подсказка к решению. Определите количество оставшейся воды.

Ответ: 40%.

- е) Автомобиль, стоивший 70 тыс. р., после подорожания стал стоить 84 тыс. р. Сколько процентов от старой цены составила новая цена? Сколько процентов от новой цены составила старая цена?

Ответ: 120%, $83\frac{1}{3}\%$.

ГЛАВА 2. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ НА ДРОБИ И ПРОЦЕНТЫ

Задача 2.1. Увеличение (уменьшение) на часть целого.

- а) Цена упаковки составляет $\frac{3}{50}$ цены игрушки. Какова стоимость игрушки с упаковкой, если цена игрушки 650 р.?

Комментарий к решению

Способ 1.

Сначала найдем цену упаковки: $650 : 50 \cdot 3 = 39$ (р.).
Теперь, увеличив цену, найдем стоимость игрушки с упаковкой: $650 + 39 = 689$ (р.).

Способ 2.

Если целое 1 и его часть $\frac{3}{50}$, то будем искать $1\frac{3}{50}$ от 650 р.

Имеем $650 \cdot 1\frac{3}{50} = 689$ (р.).

Ответ: 689 р.

- б) Оптовая цена товара на складе 5500 р. Торговая надбавка в магазине составляет $\frac{3}{10}$ от цены товара. Сколько стоит этот товар в магазине?

Ответ: 7150 р.

- в) Перед Новым годом магазин хочет снизить цены товаров на четверть. Какой станет примерная цена товара, если до снижения она составляла:
1) 1895 р.? 2) 3575 р.?

Подсказка к решению. Замените цену товара числом, близким к его стоимости и удобным для вычислений. Например, так: 1895 р. $\approx$ 2000 р., 3575 р. $\approx$ 3600 р.

Ответ: 1) $\approx$ 1500 р., 2) $\approx$ 2700 р.

- г) В супермаркете «Прогресс» покупатель получает скидку в зависимости от стоимости покупки:

<i>Стоимость покупки (в р.)</i>	<i>Скидка</i>
от 100 р. до 500 р.	$\frac{1}{10}$ стоимости
от 500 р. до 1000 р.	$\frac{1}{15}$ стоимости
выше 1000 р.	$\frac{3}{20}$ стоимости

Пользуясь данными таблицы, найдите, сколько рублей покупатель заплатит за покупку, если ее стоимость составляет: 1) 240 р.; 2) 2680 р.; 3) 915 р.

Ответ: 1) 216 р., 2) 2278 р., 3) 854 р.

- д) Площадку для проведения спортивных игр решили увеличить на $\frac{3}{8}$ ее площади. Какой станет ее площадь, если сейчас она составляет 256 м²?

Ответ: 352 м².

- е) В книгу, объем которой 600 страниц, добавили иллюстрации, и объем книги стал на $\frac{7}{25}$ больше

прежнего. Сколько теперь страниц в книге?

О т в е т : 768 страниц.

Задача 2.2. Увеличение (уменьшение) на несколько процентов.

- а) Цена упаковки составляет 6% цены игрушки. Какова стоимость игрушки с упаковкой, если цена игрушки 650 р.?

Комментарий к решению

Способ 1.

Сначала найдем цену упаковки: $650 : 100 \cdot 6 = 39$ (р.). Теперь, увеличив цену, найдем стоимость игрушки с упаковкой: $650 + 39 = 689$ (р.).

Способ 2.

Стоимость игрушки с упаковкой увеличилась на 6% и составила $100\% + 6\% = 106\%$ цены игрушки. Так как 106% соответствует дроби 1,06 (или $1\frac{3}{50}$), то

найдем 1,06 (или $1\frac{3}{50}$) от 650. Имеем $650 \cdot 1,06 = 689$ (р.)

О т в е т : 689 р.

- б) Оптовая цена товара на складе 5500 р. Торговая надбавка в магазине составляет 30% от цены товара. Сколько стоит этот товар в магазине?

О т в е т : 7150 р.

- в) Перед Новым годом магазин хочет снизить цену товара на 25%. Какой станет примерная цена товара, если до снижения она составляла:
1) 1895 р.? 2) 3575 (р.)?

Подсказка к решению. 25% — это $\frac{1}{4}$. Замените цену товара числом, близким к его стоимости и удобным для деления на 4. Например, так: 1895 р. $\approx$ 2000 р., 3575 р. $\approx$ 3600 р.

Ответ: 1) $\approx$ 1500 р., 2) $\approx$ 2900 р.

- г) В супермаркете «Прогресс» покупатель получает скидку в зависимости от стоимости покупки:

<i>Стоимость покупки (в р.)</i>	<i>Скидка</i>
от 100 р. до 500 р.	10% стоимости
от 500 р. до 1000 р.	11% стоимости
выше 1000 р.	12% стоимости

Пользуясь данными таблицы, найдите, сколько рублей покупатель заплатит за покупку, если ее стоимость составляет: 1) 370 р.; 2) 2950 р.; 3) 800 р.

Ответ: 1) 333 р., 2) 2596 р., 3) 712 р.

- д) Площадку для проведения спортивных игр решили увеличить на 37,5% ее площади. Какой станет площадь, если сейчас она составляет 256 м²?

Ответ: 352 м².

- е) В книгу, объем которой 600 страниц, добавили иллюстрации, и объем книги увеличился на 28%. Сколько теперь страниц в книге?

Ответ: 768 страниц.

Задача 2.3. Прикидка вместо точных подсчетов.

Полезно знать некоторые факты. Так, чтобы увеличить целое на 50% достаточно прибавить к нему половину, чтобы найти 20% величины надо найти ее пятую часть; что треть величины — это примерно 33%. Кроме того, нередко в реальной жизни достаточно вместо точных подсчетов выполнить грубую прикидку.

- а) Во время распродажи масляные краски для рисования стоимостью 213 р. за коробку продавали на 19% дешевле. Сколько примерно денег сэкономит художественная студия, если она купит партию в 150 коробок?

Комментарий к решению

213 р. — это примерно 200 р., 19% — это примерно 20%, т.е. пятая часть цены. Следовательно коробка красок стоит на $200 : 5 = 40$ р. дешевле, а 150 коробок на $40 \cdot 150 = 6000$ р. дешевле.

О т в е т : примерно 6 тыс. р.

- б) Округлите данные и найдите приближенно:

- 1) 52% от 697 р.;
- 2) 9% от 202 г;
- 3) 24% от 1050 км;
- 4) 33% от 910 м.

О т в е т : 1) 350 р., 2) 20 г, 3) 250 км, 4) 300 м.

- в) Электропила, цена которой 9876 р., на распродаже стоила на 26% дешевле. Сколько примерно рублей можно сэкономить, если купить электропилу на распродаже?

О т в е т : 2500 р.

- г) Определите, сколько примерно рублей можно сэкономить, если купить на распродаже со скидкой 21% товар стоимостью: 1) 399 р., 2) 5190 р., 3) 1980 р.

Ответ: 1) 80 р., 2) 100 р., 3) 400 р.

- д) Округлите данные и найдите приближенно: 1) 149% от 380 м²; 2) 108 % от 79 км².

Ответ: 1) 600 м², 2) 90 км².

- е) Уменьшите длину примерно на 18%: 1) 153 см, 2) 96 м, 3) 1015 км.

Ответ: 1) 120 см, 2) 80 м, 3) 800 км.

Задача 2.4. Увеличение (уменьшение) на несколько процентов раз и еще раз.

- а) Зонт стоит 360 р. В ноябре цена зонта была снижена на 15%, а в декабре — еще на 10%. Какой стала стоимость зонта в декабре?

Комментарий к решению

Найдем стоимость зонта в ноябре: она составляет 85% от 360 р. Имеем: $360 \cdot 0,85 = 306$ (р.). Второе снижение цены происходило относительно новой цены зонта; теперь следует находить 90% от 306 р. Имеем: $306 \cdot 0,9 = 275,4$ (р.).

Ответ: 275 р. 40 к.

Дополнительный вопрос: на сколько процентов по отношению к первоначальной цене подешевел зонт?

Подсказка к решению. Найдите отношение последней цены к исходной, выразите его в процентах и сравните со 100%.

Ответ: зонт подешевел на 23,5%.

- б) На сезонной распродаже магазин снизил цены на обувь сначала на 24%, а потом еще на 10%. Сколько рублей можно сэкономить при покупке кроссовок, если до снижения цен они стоили 593 р.?

Подсказка к решению. 593 р. — это примерно 600 р.; 24% цены — это примерно четверть цены.

Ответ: после первой уценки цена кроссовок составила примерно 450 р. После второй уценки новая цена кроссовок снизилась еще примерно на 45 р. В итоге кроссовки подешевели примерно на 195 р.

- в) На весенней распродаже в одном магазине вещь, стоимостью 350 р., уценили на 40%, а через неделю еще на 5%. В другом магазине такую же вещь уценили сразу на 45%. Где выгоднее покупателю купить эту вещь?

Ответ: в результате уценки стоимость вещи в первом магазине — 199 р. 50 к., а во втором — 192 р. 50 к.; следовательно, указанную вещь выгоднее покупать во втором магазине.

- г) Антикварный магазин приобрел старинный предмет за 30 тыс. р. и выставил его на продажу, повысив цену на 60%. Но этот предмет был продан лишь через неделю, когда магазин снизил его новую цену на 20%. Какой стала продажная цена старинного предмета?

Ответ: 38,4 тыс. р.

Дополнительный вопрос. Какую прибыль получил магазин при продаже антикварного предмета?

Ответ: 8,4 тыс. р.

- д) В июле в типографии было отпечатано 1500 экземпляров журнала, в августе на 30% больше, чем в июле, а в сентябре на 20% меньше, чем в августе. Сколько экземпляров журнала отпечатали в сентябре?

Ответ: 1560 экземпляров.

- е) В марте расход электроэнергии в магазине составил 1200 кВт/ч, но в апреле он уменьшился на 10%, а в мае — еще на 15%. Определите расход электроэнергии в мае.

Ответ: 918 кВт/ч.

Задача 2.5. Сложные проценты.

- а) Несколько лет тому назад в лесничестве росло 10000 берез. Ежегодно подсаживали примерно 10 процентов новых берез и в этом году насчитали примерно 13300 берез. За сколько лет произошел такой прирост березовой рощи?

Комментарий к решению

Ежегодно число деревьев увеличивалось на 10%, т.е. в 1,1 раза, и составило в первый год $10000 \cdot 1,1 = 11000$, во второй $11000 \cdot 1,1 = 12100$, в третий $12100 \cdot 1,1 = 13310$ берез.

Ответ: за 3 года.

- б) Число учащихся в школе-новостройке ежегодно увеличивалось на 50%. К началу первого года работы в ней было 120 учеников. Сколько учеников стало в школе к концу третьего года ее работы?

Ответ: 270 учеников.

- в) Олег на тренажере повторял упражнение для развития мышц 80 раз. Со следующего дня он решил увеличивать ежедневную нагрузку на 5% и довести количество повторений до 100 раз. Сколько дней он будет увеличивать нагрузку?

Ответ: 5 дней.

- г) Банк на счет «Молодежный» начисляет 12%. Клиент внес на этот счет 1000 р. Через сколько лет его вклад увеличится на 400 р.?

Ответ: через 3 года

- д) Мастерская в первый год своей деятельности получила прибыль 4000 р. В течение следующих пяти лет ее прибыль возрастала примерно на 50%. Какую прибыль получила мастерская за пятый год своей работы?

Ответ: 20250 р.

- е) В некоторой стране инфляция (повышение цен, ведущее к обесцениванию денег) составила примерно 2,5%. Вычислите, сколько примерно будет стоить телевизор через 3 года, если сейчас он стоит 10000 р.

Ответ: примерно 10770 р.

Задача 2.6. Увеличение на 100%, 200%.

- а) Фирма в первый месяц выпустила 160 игрушечных автомобилей. В следующем месяце она увеличила выпуск этих игрушек на 200%. Во сколько раз увеличился выпуск игрушечных автомобилей? Сколько игрушечных автомобилей стала выпускать фирма?

Комментарий к решению

Исходный выпуск автомобилей составляет 100%, т.е. 160 автомобилей — это 100%. Тогда в следующем месяце выпуск автомобилей составил $100\% + 200\% = 300\%$, т.е. в 3 раза больше. Значит, фирма стала выпускать $160 \cdot 3 = 480$ автомобилей.

Ответ: в 3 раза, 480 автомобилей.

- б) Стоимость проезда в городском автобусе составляла 10 р. В связи с инфляцией она возросла на 200%. Во сколько раз повысилась стоимость проезда в автобусе? Можно ли ответить на поставленный вопрос, не зная стоимости проезда?

Подсказка к решению. Сделайте рисунок.

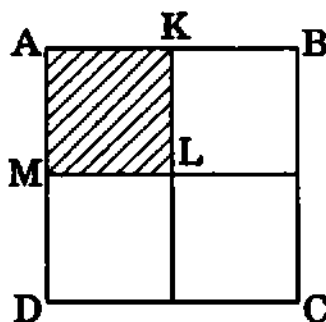
Ответ: в 3 раза, ответить на поставленный вопрос, не зная стоимости проезда, можно, т.к.

$$(100\% + 200\%) : 100\% = 3.$$

- в) В связи с инфляцией стоимость проезда в городском автобусе за полгода возросла на 300%. Во сколько раз повысилась стоимость проезда?

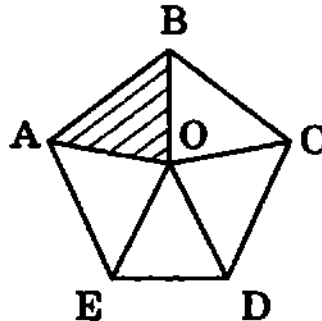
Ответ: в 4 раза.

- г) Определите, во сколько раз площадь квадрата $ABCD$ больше площади квадрата $AKLM$. А на сколько процентов?



Ответ: в 4 раза, на 300%.

- д) Определите, во сколько раз площадь правильного пятиугольника $ABCDE$ больше площади треугольника ABO . А на сколько процентов?



Ответ: в 5 раз, на 400%.

- е) Прямоугольник составлен из 12 равных квадратов. Во сколько раз площадь прямоугольника больше площади двух таких квадратов? А на сколько процентов?



Ответ: в 6 раз, на 500%.

Задача 2.7. Уменьшение в несколько раз.

- а) Во сколько раз меньше стал стоить товар, если его уценили на 98%?

Комментарий к решению

Стоимость товара 100%, а после его уценки на 98% стала $100\% - 98\% = 2\%$, т.е. уменьшилась в $100 : 2 = 50$ раз.

Ответ: в 50 раз.

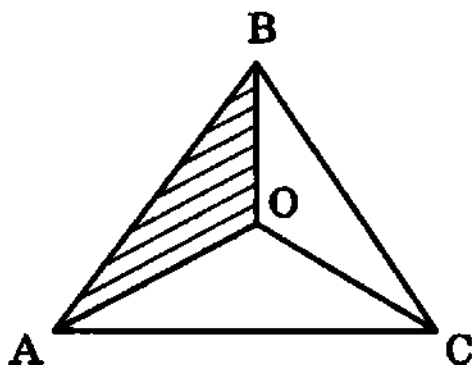
- б) Во сколько раз меньше стал стоить товар, если его уценили: 1) на 20%? 2) на 50%? 3) на 33%?

Ответ: 1) в 1,25 раза, 2) в 2 раза, 3) примерно в 1,5 раза.

- в) Во сколько раз уменьшился план выпуска тиража газеты, если он уменьшился: 1) на 10%? 2) на 15%?

Ответ: 1) примерно в 1,1 раза, 2) примерно в 1,18 раза.

- г) Определите, во сколько раз площадь треугольника ABO меньше площади правильного треугольника ABC . А на сколько процентов?



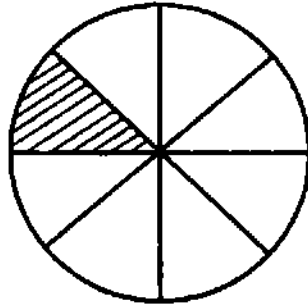
Ответ: в 3 раза, примерно на 66%.

- д) Прямоугольник составлен из 10 равных квадратов. Во сколько раз площадь двух таких квадратов меньше площади прямоугольника? А на сколько процентов?



Ответ: в 5 раз, на 80%.

- е) Круг разделен на 8 равных секторов. Во сколько раз площадь одного сектора меньше площади круга? А на сколько процентов?



Ответ: в 8 раз, на 87,5%.

Задача 2.8. Часть от части целого.

- а) Из 550 учащихся школы в референдуме по вопросу о введении Ученического совета участвовали $\frac{22}{25}$ числа всех учащихся. На вопрос референдума $\frac{3}{4}$ числа учащихся, принявших участие в голосовании, ответили «да». Какую часть числа всех учащихся школы составили те учащиеся, которые ответили положительно?

Комментарий к решению

Вычислим число учащихся, утвердительно ответивших на вопрос референдума. Имеем $550 \cdot \frac{22}{25} \cdot \frac{3}{4} = 363$ (уч.). Теперь найдем ответ на вопрос задачи: $363 : 550 = \frac{33}{50}$.

Ответ: $\frac{33}{50}$ или 0,66.

Дополнительный вопрос: можно ли ответить на вопрос задачи, не зная числа учащихся школы?

Ответ: да, надо перемножить дроби, т.е. найти $\frac{3}{4}$ от $\frac{22}{25}$.

б) Решите задачу двумя способами. Ольге на приобретение школьных принадлежностей дали 1000 р.

На тетради она израсходовала $\frac{1}{5}$ этой суммы, а на учебники $\frac{3}{4}$ остатка. Какую часть денег израсходовала

Ольга?

Подсказка к решению. Для решения вторым способом выразите $\frac{3}{4}$ остатка, дробью от нового «целого» — это $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$. Теперь надо найти $\frac{3}{4}$ от $\frac{4}{5}$ и результат сложить с $\frac{1}{5}$.

Ответ: $\frac{4}{5}$.

в) Решите задачу двумя способами. За три дня туристы прошли 48 км. В первый день они прошли $\frac{1}{4}$

всего расстояния, а во второй день — $\frac{5}{9}$ остатка.

Какую часть расстояния они прошли в третий день?

Ответ: $\frac{1}{3}$.

- г) Чтобы распечатать на принтере две рукописи, взяли пачку бумаги, в которой 300 листов. На одну рукопись ушло $\frac{3}{5}$ пачки, а на другую — $\frac{2}{3}$ остатка. Какая часть пачки бумаги израсходована? Сколько листов израсходовано?

Ответ: $\frac{13}{15}$, 260 листов.

- д) В школе 600 учащихся. В воскресенье на спортивные соревнования уехало $\frac{3}{8}$ учащихся школы, из оставшихся $\frac{2}{5}$ выехали на экскурсию, а остальные ребята участвовали в школьном карнавале. Какая часть учащихся школы участвовала в школьном карнавале? Сколько учащихся участвовали в школьном карнавале?

Ответ: $\frac{3}{8}$, 225 учащихся.

- е) В упаковке 140 плиток для пола. Из упаковки $\frac{7}{10}$ плиток выделено для укладки пола на веранде, а $\frac{3}{7}$ остатка — для ступенек. Какая часть упаковки плиток останется? Сколько плиток останется?

Ответ: $\frac{6}{35}$, 24 плитки.

Задача 2.9. Проценты от процентов целого.

- а) Из 550 учащихся школы в референдуме по вопросу о введении Ученического совета участвовали 88% всех учащихся. На вопрос референдума 75% учащихся, принявших участие в голосовании, ответили «да». Какой процент от числа всех учащихся школы составили те, которые ответили положительно?

Комментарий к решению

Способ 1.

Выразим проценты дробями и вычислим число учащихся, утвердительно ответивших на вопрос референдума. Имеем $550 \cdot 0,88 \cdot 0,75 = 363$ (уч.). Теперь найдем ответ на вопрос задачи: $363 : 550 = 0,66$ — это 66%.

Способ 2.

Выразим проценты дробями и перемножим дроби, т.е найдем 0,75 от 0,88 и получим 0,66 — это 66%.

Ответ: 66%.

- б) Решите задачу двумя способами. Из 850 учащихся школы 80% занимаются в спортивных секциях, причем 5% из них — в шахматной. Сколько учащихся в шахматной секции?

Подсказка к решению задачи вторым способом: 80% — это 0,8 — такая часть учащихся школы занимается в спортивных секциях; 5% — это 0,05 — такая часть учащихся, занимающихся в спортивных секциях, занимается также и в шахматной. Следовательно, $0,8 \cdot 0,05 = 0,04$ — такая часть всех учащихся школы занимается в шахматной секции.

Ответ: 34 учащихся в шахматной секции.

- в) Решите задачу двумя способами. В магазин привезли 160 упаковок консервированных овощей и фруктов. Овощные консервы составили 75% привезенного товара, причем 40% из них были в стеклянных банках. Какое количество упаковок, содержащих овощные консервы в стеклянных банках, привезли в магазин?

Ответ: 48 упаковок.

- г) Решите задачу двумя способами. В некотором городе 450 тыс. жителей. В избирательные списки занесено 76% жителей этого города. Чтобы выборы состоялись, необходимо, чтобы в голосовании приняло участие не менее 25% избирателей, внесенных в списки. Можно ли считать, что выборы в этом городе состоялись, если в день выборов на избирательные участки пришли 93 тыс. избирателей?

Ответ: можно.

- д) Из 600 учащихся школы 37,5% в период летних каникул работали на пришкольном участке, а 20% других учащихся работали на почте. Остальные учащиеся этой школы были в спортивных лагерях. Сколько учащихся этой школы были в спортивных лагерях?

Ответ: 255 учащихся.

- е) Из 800 страниц книги 62,5% занято текстом, на 30% остальных страниц размещены фотографии, а на оставшихся страницах — рисунки. Сколько страниц этой книги занято рисунками?

Ответ: 210 страниц.

ГЛАВА 3. РАЗНЫЕ ЗАДАЧИ НА ДРОБИ И ПРОЦЕНТЫ

Задача 3.1. *Нахождение целого по его части.*

- а) В сборнике по фантастике две повести. Первая занимает 35 страниц, а вторая — $\frac{2}{7}$ книги. Сколько всего страниц в книге?

Комментарий к решению

Сначала найдем, какую часть рукописи занимает первая повесть: $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$, а потом — целое по его части: $35 : \frac{5}{7} = 49$.

О т в е т: 49 страниц.

- б) Швея сшила $\frac{7}{10}$ всей партии фартуков, а остальные 60 штук сшила ее ученица. Сколько штук фартуков составляет вся их партия?

О т в е т: 200 фартуков.

- в) В октябре число отдыхающих в пансионате уменьшилось, и были заняты всего 90 номеров, а $\frac{4}{9}$ всех номеров остались свободными.

Сколько всего номеров для отдыхающих этого пансионата?

О т в е т: 162 номера.

- г) Когда в выборах проголосовало 5280 человек, остались $\frac{3}{7}$ избирателей этого города, которые еще не приняли участие в голосовании. Сколько всего избирателей?
О т в е т : 9240 человек.

- д) В пакет насыпали смесь удобрений так, чтобы $\frac{2}{5}$ состава был калий, а остальные 180 г составила смесь других удобрений. Какова масса всей смеси удобрений, оказавшейся в пакете?
О т в е т : 300 г.

- е) На всей площади огорода решили посадить свеклу и морковь, причем под свеклу отвели $\frac{3}{8}$ площади, а оставшиеся 40 м² — под морковь. Какова площадь всего огорода?
О т в е т : 64 м².

Задача 3.2. Нахождение целого по его процентам.

- а) Летом на дачу с детским садом выехали 180 детей. Известно, что 10% детей не поехали на дачу. Сколько всего детей в детском саду?

Комментарий к решению

Выразим в процентах число детей, которые поехали на дачу: $100\% - 10\% = 90\%$ и продолжим решение.

Способ 1: если 90% — это 180 детей, то 10% в 9 раз меньше, т.е. 20 детей, а 100% — это 200 детей.

Способ 2: 180 детей составляют 90%, т.е. 0,9 всех детей, найдем целое по его части: $180 : 0,9 = 200$.

Ответ: 200 детей.

- б)** Когда 130 пассажиров заняли в самолете свои места, остались свободными 35% всех мест. Сколько пассажиров вмещает самолет?

Ответ: 200 пассажиров.

- в)** Когда покрасили 10 м^2 площади пола актового зала, осталось покрасить еще 95% его площади. Какова площадь пола всего актового зала?

Ответ: 200 м^2 .

- г)** После замены спортивного инвентаря на сумму 8000 р., в спортклубе осталось еще 36% от выделенной суммы денег. Сколько всего денег выделено спортклубу для замены спортивного инвентаря?

Ответ: 12500 р.

- д)** Сколько килограммов сливочного масла можно получить из 1000 кг молока жирностью 4,5%, если содержание жира в масле составляет в среднем 75%?

Подсказка к решению. Сначала найдите, сколько килограммов жира в 1000 кг молока, а потом целое по его части.

Ответ: 60 кг.

- е)** Сколько килограммов сливочного масла можно получить из 1000 кг молока жирностью 5%, если содержание жира в масле составляет в среднем 80%?

Подсказка к решению. Сначала найдите, сколько килограммов жира в 1000 кг молока, а потом целое по его части.

Ответ: 62,5 кг.

Задача 3.3. Выражение остатка через часть целого.

а) На пошив детской одежды ушел весь рулон ткани.

Из $\frac{3}{8}$ рулона сшили куртки, из четверти рулона — юбки, из оставшихся 24 м сшили несколько брюк. Сколько всего метров ткани было в рулоне?

Комментарий к решению

Найдем, из какой части всего рулона сшили куртки и юбки: $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$. Теперь понятно, что на пошив брюк осталась часть, равная $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ рулона, которая составляет 24 м. Значит, во всем рулоне было $24 : \frac{3}{8} = 64$ (м).

Ответ: 64 м.

б) Туристы прошли весь маршрут за три дня. В первый день они прошли треть всего пути, а во второй день — $\frac{4}{9}$ всего пути, а в третий оставшиеся

24 км. Какова длина всего маршрута?

Подсказка к решению. Найдите, какую часть пути туристы прошли в третий день.

Ответ: 108 км.

- в) Ребята заработали некоторую сумму денег. На подарки к Новому году для ребят подшефного детского сада они потратили четверть всех денег, на организацию лотереи — $\frac{3}{7}$ всех денег и у них осталось

1800 р. Сколько всего денег заработали ребята?

Подсказка к решению. Найдите, какая часть всех денег осталась.

О т в е т : 5600 р.

- г) В драмкружке занимаются взрослые и дети. Число взрослых составляет $\frac{2}{5}$ числа всех драмкружковцев, число всех мальчиков составляет пятую часть всех драмкружковцев, а девочек всего 18. Сколько всего человек занимается в драмкружке?

Подсказка к решению. Найдите, какую часть всех драмкружковцев составляют девочки.

О т в е т : 45 человек.

- д) В сборнике рассказов о животных три рассказа. Первый рассказ занимает $\frac{2}{9}$ сборника, второй $\frac{1}{3}$ сборника, а остальные 20 страниц занимает рассказ о медведях. Сколько всего страниц в этом сборнике?

О т в е т : 45 с.

- е) Ирина на уборку квартиры решила выделить определенное время. Она прикинула, что на уборку пылесосом ей потребуется примерно $\frac{1}{3}$ этого вре-

мени, на мытье посуды $\frac{5}{12}$, а за оставшиеся 5 мин она сотрет пыль. Сколько всего времени выделила Ирина?

Ответ: 20 мин.

Задача 3.4. Выражение остатка процентами целого.

- а) Андрей за работу над новым проектом получил премию. Он истратил часть денег на подарки 5% — родителям, 10% — жене, 7% — сыну и у него осталось 10200 р. Какую сумму денег составила премия?

Комментарий к решению

Выразим в процентах количество денег, оставшихся от премии, и вычислим целое по его проценту.

Ответ: 15 тыс. р.

- б) В библиотеке несколько тысяч книг. Книги об искусстве составляют 48% всех книг, а о политике 37% всех книг. Остальные 6600 книг составляют словари. Сколько всего словарей в этой библиотеке?

Подсказка к решению. Найдите, сколько процентов числа всех книг библиотеки составляют словари.

Ответ: 44 тыс. книг.

- в) Ольга за досрочное выполнение заказа получила премию. Деньги она распределила следующим об-

разом: на подарки в Новому году 35%, к 8 марта 25%, а остальные 1000 р. на книги. Какую сумму денег составила премия?

Подсказка к решению. Выразите в процентах количество оставшихся денег.

Ответ: 4000 р.

- г) За неделю туристы проехали 50% пути на поезде и 35% пути на автобусе. Остальные 45 км они прошли пешком. Сколько километров составил весь туристский маршрут?

Подсказка к решению. Выразите в процентах путь, пройденный пешком.

Ответ: 300 км.

- д) На пошив детской одежды ушел весь рулон ткани: 37,5% рулона ушло на пошив курток, 25% рулона — юбок, а из оставшихся 24 м сшили несколько брюк. Сколько всего метров ткани было в рулоне?

Ответ: 64 м.

- е) В книге три повести о героях. Первая повесть занимает 35% книги, вторая — 40% книги, а третья 100 страниц. Сколько всего страниц в книге?

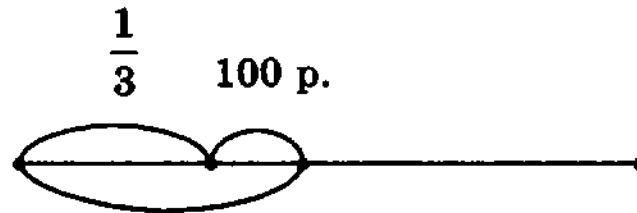
Ответ: 400 страниц.

Задача 3.5. Выражение величины частью целого.

- а) Оля истратила треть имевшейся у нее суммы денег, а потом еще 100 р. В итоге она истратила половину суммы. Сколько денег было у Оли первоначально?

Комментарий к решению

Чтобы разобраться в условии задачи обратимся к рисунку.



Сначала узнаем, какую часть всей суммы составляют 100 р.:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Теперь мы знаем, что 100 р. — это $\frac{1}{6}$ всей суммы.

Чтобы ответить на вопрос задачи нужно найти целое по его части. В данном случае можно попросту 100 р. умножить на 6. Получим, что у Оли было 600 р.

Ответ: 600 р.

- б) На принтере сначала распечатали треть всей рукописи, потом еще 10 страниц. В результате распечатали половину всей рукописи. Сколько страниц в рукописи?

Ответ: 60 страниц.

- в) Олег на беговой дорожке бежал первым $\frac{3}{8}$ дистанции, потом еще 125 м, но далее пропустил вперед Андрея. Какова длина всей дистанции, если Олег бежал первым лишь ее половину?

Ответ: 1000 м.

- г) При подготовке к диктанту по немецкому языку Лиза выучила четверть всех слов, заданных учителем. Если бы она выучила еще 4 слова, то была бы выучена треть всех слов. Сколько слов надо выучить Оле?

Ответ: 48 слов.

- д) Когда Ирина купила вазу, она истратила половину всей имевшейся у нее суммы денег. Но потом она купила еще и альбом за 160 р. В итоге она истратила $\frac{3}{4}$ всей суммы денег. Сколько денег было у Ирины?

Ответ: 640 р.

- е) Виктор на ярмарке истратил половину всей имевшейся у него суммы денег, а потом еще 120 р. в магазине. В итоге он истратил $\frac{2}{3}$ первоначальной суммы. Сколько денег было у Виктора?

Ответ: 720 р.

Задача 3.6. *Выражение величины процентами целого.*

- а) Среди участников кросса 35% студенты, остальные — старшеклассники, причем их на 252 человека больше, чем студентов. Сколько спортсменов участвует в кроссе?

Комментарий к решению

Найдем, на сколько процентов больше старшеклассников, чем студентов: $(100\% - 35\%) - 35\% = 30\%$. Эти 30% составляют 252 человека. Имеем $252 : 0,3 = 840$ (чел.).

Ответ: 840 человек.

- б) Среди участников гонки на лыжах 55% мужчины, а остальные — женщины, причем их на 12 человек меньше, чем мужчин. Сколько всего человек участвует в гонках?

Ответ: 120 человек.

- в) После повышения цены на 30% книга стала стоить 182 р. Сколько стоила книга до повышения цены?

Подсказка к решению. Если первоначальная цена товара 100%, то цена, увеличенная на 30%, составляет 130%, или 1,3 от первоначальной цены.

Ответ: 140 р.

- г) Цену на ковер повысили на 25% и он стал стоить 1500 р. Сколько стоил ковер до повышения цен?

Ответ: 1200 р.

- д) Цену на компьютер снизили на 20% и он стал стоить 10000 р. Сколько стоил компьютер до снижения цен?

Ответ: 12500 р.

- е) За час до киносеанса оставались непроданными 30% всех билетов. Но через полчаса к кинотеатру подъехала группа туристов и купила 45 билетов, что составило 20% билетов оставшихся в кассе. Сколько всего мест в кинотеатре?

Подсказка к решению. Найдя число билетов, оставшихся в кассе, и выразив это число в процентах от целого (от общего числа билетов), можно найти целое.

Ответ: 750 мест.

Задача 3.7. Часть от части целого.

- а) Перед поездкой бак автомобиля был заполнен на $\frac{4}{5}$. Во время поездки была истрачена четверть имевшегося запаса бензина. Какая часть бака заполнена бензином к концу поездки?

Комментарий к решению

Если истрачена четверть от $\frac{4}{5}$ бака, то это значит, что осталось $\frac{3}{4}$ от $\frac{4}{5}$ бака, т.е. всего наполнено бензином $\frac{3}{5}$ бака.

О т в е т: $\frac{3}{5}$ бака.

- б) В голосовании на выборах в окружную администрацию приняло участие 0,65 избирателей округа, 0,4 из них проголосовало за кандидата А. Какая часть избирателей данного округа отдала голоса за этого кандидата?

О т в е т: 0,26 числа избирателей.

- в) Легковые автомобили составляют $\frac{3}{5}$ всего транспорта автопарка, $\frac{9}{10}$ из них — автомобили, выпущенные в России, причем половина из них — автомобили «ВАЗ». Какую часть автомобилей всего автопарка составляют автомобили «ВАЗ»?

О т в е т: $\frac{27}{100}$ автомобилей всего автопарка.

- г) Детская литература составляет $\frac{4}{5}$ продукции не-
которого издательства, $\frac{3}{5}$ из них книги для до-
школьников, причем их половину составляют
сказки. Какую часть всей книжной продукции со-
ставляет выпуск сказок для детей?

Ответ: $\frac{6}{25}$ книжной продукции.

- д) Четверть тиража новой газеты раскуплена в пер-
вый же день ее выпуска, причем $\frac{16}{25}$ этой газеты
продано в газетных киосках. Какая часть всего
тиража продана в газетных киосках?

Ответ: $\frac{4}{5}$ всего тиража.

- е) Бак наполнился дождевой водой на $\frac{3}{4}$. Израсходи-
вали $\frac{2}{5}$ этого объема воды. Какой объем бака еще
наполнен дождевой водой?

Ответ: $\frac{9}{20}$ бака.

Задача 3.8. Проценты от процентов целого.

- а) Четверть тиража новой газеты раскуплена в пер-
вый же день ее выпуска, причем 64% этой газеты
продано в газетных киосках. Сколько процентов
всего тиража продано в газетных киосках?

Комментарий к решению

Четверть тиража новой газеты составляют его
25%. Найдем 64% от 25%, получим 0,16, т.е. 16%.

Ответ: 16% тиража.

- б) В голосовании на выборах в окружную администрацию приняло участие 65% избирателей округа, 40% из них проголосовало за кандидата А. Сколько процентов избирателей данного округа отдало голоса за этого кандидата?

Ответ: 26% избирателей.

- в) Легковые автомобили составляют 60% всего транспорта автопарка, 90% из них — автомобили, выпущенные в России, причем 50% из них — автомобили «ВАЗ». Какой процент автомобилей всего автопарка составляют автомобили «ВАЗ»?

Ответ: 27% всего автопарка.

- г) Детская литература составляет 80% продукции некоторого издательства, 60% из них книги для дошкольников, причем их 50% составляют сказки. Какой процент всей книжной продукции составляет выпуск сказок для детей?

Ответ: 24% продукции.

- д) Перед поездкой бак автомобиля был заполнен на 80%. Во время поездки было истрачено 25% имевшегося запаса бензина. Какая часть бака заполнена бензином к концу поездки?

Ответ: 60% бака.

- е) Бак наполнился дождевой водой на 75%. Израсходовали 40% этого объема воды. Сколько процентов объема бака еще наполнено дождевой водой?

Ответ: 45% бака.

Задача 3.9. Оставшаяся часть целого.

- а) Ученик закрасил $\frac{3}{8}$ круга синим цветом и $\frac{3}{10}$ оставшейся части — желтым цветом. Какая часть круга осталась незакрашенной?

Комментарий к решению

Способ 1.

После закрашивания синим цветом остались незакрашенными $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ круга. Найдем $\frac{3}{10}$ от $\frac{5}{8}$ — получим $\frac{3}{16}$. Сложим закрашенные части и получим $\frac{9}{16}$. Значит, незакрашенными остались $\frac{7}{16}$.

Способ 2.

После закрашивания синим цветом остались незакрашенными $\frac{5}{8}$ круга. После закрашивания желтым цветом остались незакрашенными $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ оставшейся части. Найдем $\frac{7}{10}$ от $\frac{5}{8}$ — получим $\frac{7}{16}$.

Ответ: $\frac{7}{16}$. Проверьте ответ, сделав рисунок.

- б) Ученик покрасил $\frac{5}{8}$ прямоугольника синим цветом и $\frac{1}{6}$ оставшейся части желтым цветом. Какая часть прямоугольника осталась незакрашенной?

Ответ: $\frac{5}{16}$ прямоугольника. Проверьте ответ, сделав рисунок.

- в) Сестра вскопала $\frac{2}{5}$ всего огорода, а брат $\frac{2}{3}$ оставшейся части. Какую часть огорода осталось вскопать?

Ответ: $\frac{1}{5}$ огорода. Проверьте ответ, сделав рисунок.

- г) Мастер выполнил $\frac{1}{3}$ заказа, а его ученик $\frac{5}{8}$ оставшейся части. Какую часть заказа осталось выполнить?

О т в е т: $\frac{1}{4}$ заказа. Проверьте ответ, сделав рисунок.

- д) Отец покрасил $\frac{2}{3}$ всего забора, а его сын $\frac{2}{5}$ оставшейся части забора. Какую часть забора осталось покрасить?

О т в е т: $\frac{1}{5}$ забора. Проверьте ответ, сделав рисунок.

- е) На выставке $\frac{1}{6}$ площади выделили для работ художников, $\frac{2}{5}$ оставшейся — для работ скульпторов, а остальную площадь — для детского творчества. Какая часть площади выделена для детского творчества?

О т в е т: половина площади. Проверьте ответ, сделав рисунок.

Задача 3.10. Оставшиеся проценты целого.

- а) Автомобиль прошел 40% пути, а затем 30% оставшегося расстояния. Сколько процентов всего пути ему осталось пройти?

Комментарий к решению

Способ 1.

После того, как автомобиль прошел 40% пути, ему осталось пройти еще 60% пути. Найдем 30%, т.е.

0,3 от 60%, получим 18%. Значит всего автомобиль прошел $40\% + 18\% = 58\%$ пути и ему осталось пройти $100\% - 58\% = 42\%$ пути.

Способ 2.

После того, как автомобиль прошел 40% пути, ему осталось пройти еще 60% пути. А когда он пройдет 30% оставшегося расстояния, то ему останется пройти 70% оставшегося расстояния. Найдем 70%, т.е. 0,7 от 60%, получим 42%.

Ответ: 42% пути. Проверьте ответ, считая путь равным конкретному числу, например, 100 км.

- б) Велосипедист выехал из дома к озеру. Он проехал 30% расстояния до озера и сделал остановку. Затем он проехал еще 30% оставшегося расстояния и сделал остановку. Сколько процентов всего расстояния ему осталось проехать?

Ответ: 49% расстояния.

- в) Весь книжный фонд библиотеки был размещен следующим образом: 55% расположили на стеллажах, 60% остатка — в книжных шкафах, а оставшиеся книги в хранилище. Сколько процентов всех книг отправлено в книжное хранилище?

Ответ: 18% всех книг.

- г) Всю сумму денег, выделенную на покупку спортивного инвентаря, распределили следующим образом: 60% всех денег выделили на покупку спортивных снарядов, 40% остатка — на покупку велосипедов, а оставшиеся деньги на покупку ракеток для тенниса. Какой процент всех денег выделен на покупку ракеток для тенниса?

Ответ: 24% всей суммы денег.

- д) Собранный урожай яблок распределили следующим образом: 75% всех яблок засушили, 40% остатка пошло на варенье, а из оставшихся 3 кг яблок сварили компот. Сколько всего собрали яблок?

Подсказка к решению. Выразите в процентах оставшуюся часть яблок и найдите целое по его части.

Ответ: 20 кг.

- е) Урожай абрикос распределили следующим образом: из 60% урожая сварили варенье, из 40% остатка — джем, а оставшиеся 6 кг засушили. Каков весь урожай абрикос?

Ответ: 25 кг.

Задача 3.11. Сложение процентов.

- а) В школе 16% девочек и 28% мальчиков занимаются в спортивных секциях. Сколько всего процентов школьников занимаются в спортивных секциях, если число мальчиков и число девочек в школе одинаково?

Комментарий к решению

Число мальчиков и девочек в школе одинаково, а значит в школе 50% мальчиков и 50% девочек. Найдем 16%, т.е. 0,16 от 50%, получим 8%. Найдем 28%, т.е. 0,28 от 50%, получим 14%. Сложим проценты: $8\% + 14\% = 22\%$ — столько процентов составляют учащиеся школы, которые занимаются в спортивных секциях.

Ответ: 22% школьников.

- б) В школьном хоре участвуют 14% мальчиков и 20% девочек. Сколько всего процентов школьников участвует в хоре, если число мальчиков и число девочек в школе одинаково?

Ответ: 17% школьников.

- в) В школьном оркестре играют 12% всех мальчиков и 8% всех девочек, учащихся в школе. Сколько всего процентов учащихся школы играет в оркестре, если число мальчиков составляет $\frac{3}{5}$ всех учащихся школы?

Подсказка к решению. В школе 100% учащихся и $\frac{3}{5}$ от 100% составляют 60% — таков процент мальчиков в школе, а значит девочек 40% от всех учащихся школы.

Ответ: 10,4% школьников.

- г) В школьном шахматном турнире участвуют 8% мальчиков и 6% девочек. Сколько всего процентов учащихся школы участвуют в шахматном турнире, если число мальчиков составляет $\frac{2}{5}$ всех учащихся школы?

Ответ: 6,8% школьников.

- д) В спортивной школе число мальчиков составляет $\frac{3}{4}$ всех учащихся школы. Спортивной гимнастикой занимаются 40% мальчиков и 60% девочек. Сколько всего процентов учащихся школы занимается спортивной гимнастикой?

Ответ: 45% учащихся.

- е) В спортивной школе число мальчиков составляет $\frac{3}{4}$ всех учащихся школы. Волейболом занимаются 60% мальчиков и 40% девочек. Сколько всего процентов учащихся школы занимается волейболом?
Ответ: 55% учащихся.

Задача 3.12. Уменьшение (увеличение) на несколько процентов.

- а) На весенней распродаже в одном магазине товар уценили на 40%, а через неделю еще на 5%. На ярмарке тот же товар уценили сразу на 45%. Где выгоднее покупателю купить эту вещь?

Комментарий к решению

Товар выгоднее купить там, где он дешевле. В магазине после двух уценок цена товара составит $0,6 \cdot 0,95 = 0,57$ его первоначальной цены, а на ярмарке — 0,55 первоначальной цены. Так как $0,57 > 0,55$, то правильный ответ: на ярмарке.

Ответ: на ярмарке.

- б) В связи с подорожанием зерна, цены на крупу в одном магазине подняли сначала на 10%, а через неделю еще на 10%. В другом магазине на ту же крупу цены сразу подняли на 20%. В каком магазине выгоднее купить крупу?

Ответ: в другом магазине.

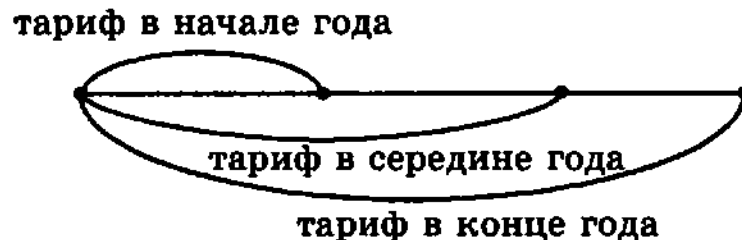
- в) В середине года тариф на электроэнергию увеличился на 50%, а в конце года — еще на 50%. Какое из утверждений верно:

1) Тариф увеличился на 100%.

2) Тариф увеличился меньше, чем на 100%.

3) Тариф увеличился больше, чем на 100%.

Подсказка к решению. Проверьте свой ответ вычислением или с помощью рисунка:



Ответ: утверждение 3.

г) В первом квартале тариф на грузовые перевозки увеличился на 60%, а во втором — еще на 40%. Какое из утверждений верно:

1) Тариф увеличился меньше, чем на 100%.

2) Тариф увеличился больше, чем на 100%.

3) Тариф увеличился на 100%.

Ответ: утверждение 2.

д) Цену на товар сначала увеличили на 30%, а потом снизили на 30%. Больше или меньше станет цена на товар относительно его первоначальной стоимости?

Ответ: ниже на 9%.

е) Цену на товар сначала увеличили на 20%, а потом снизили на 30%. Больше или меньше станет цена на товар относительно его первоначальной стоимости?

Ответ: ниже на 16%.

Задача 3.13. Сравнение величин.

а) Во время распродажи кресло, стоившее 3000 р., продавали за 2400 р. На сколько процентов была снижена цена кресла на распродаже?

Комментарий к решению

Способ 1.

На сколько рублей новая цена меньше старой?
На 600 р. На какую часть была снижена цена кресла? На $\frac{600}{3000} = \frac{1}{5}$. На сколько процентов была снижена цена кресла? На $\frac{1}{5}$ часть (на 0,2), т.е. на 20%.

Способ 2.

Какую часть новая цена составляет от старой?
 $\frac{2400}{3000} = \frac{8}{10} = 0,8$, т.е 80%. А это значит, что цена снижена на 20%.

Ответ: цена снижена на 20%.

б) В таблице указаны цены на некоторые товары в мае и в декабре.

Товар	Цена в мае	Цена в декабре
Перчатки	340 р.	395 р.
Зонт от дождя	750 р.	600 р.
Надувная лодка	4820 р.	4255 р.

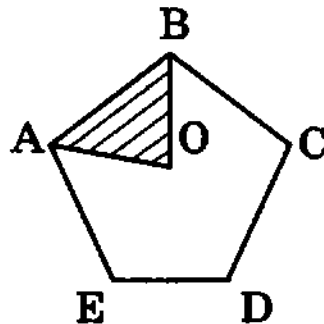
- 1) На сколько процентов повысилась (или понизилась) цена каждого товара в декабре по сравнению с майской ценой? (Ответ округлите до единиц)
- 2) На сколько процентов майская цена была выше (или ниже) декабрьской? (Ответ округлите до единиц).

Подсказка к решению. Не ошибитесь в выборе величины, часть которой выражается в процентах.

Ответ: 1) повысилась на 16%, понизилась на 20%, понизилась на 12%; 2) ниже на 14%, выше на 25%, выше на 13%.

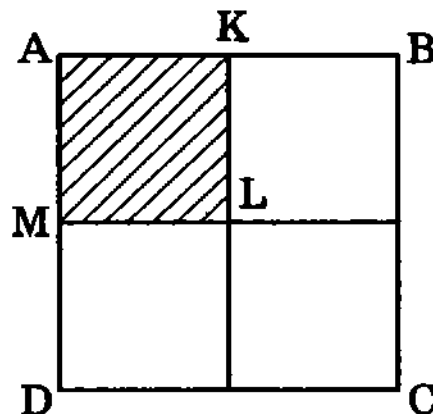
в) Определите, на сколько процентов площадь треугольника ABO меньше площади правильного пятиугольника $ABCDE$.

Ответ: на 80%.



г) Определите, на сколько процентов площадь квадрата $AKLM$ меньше площади квадрата $ABCD$.

Ответ: на 75%.



д) Имеется творог двух сортов: «жирный» содержит 20% жира, а «нежирный» содержит 5% жира. Определите процент жирности полученного творога, если смешали 2 кг «жирного» и 3 кг «нежирного» творога.

Подсказка к решению. Найдите массу жира в смеси того и другого творога, а затем процент жирности такой смеси.

Ответ: 11%.

- е) Имеется творог двух сортов: «жирный» содержит 20% жира, а «нежирный» содержит 5% жира. Определите процент жирности полученного творога, если смешали 3 кг «жирного» и 2 кг «нежирного» творога.

Ответ: 14%.

Задача 3.14. Отношение процентов.

- а) Отношение числа девочек в школе к числу мальчиков равно 4 : 5. Какую часть составляют девочки от числа всех учащихся школы? А мальчики? Выразите ответ в процентах.

Комментарий к решению

Если отношение числа девочек в школе к числу мальчиков равно 4 : 5, то число девочек составляет 4 части, а мальчиков 5 частей, а число всех учащихся школы — 9 таких же частей. Поэтому девочки от числа всех учащихся школы составляют $\frac{4}{9}$, а мальчики $\frac{5}{9}$.

Ответ: примерно 44% и 56%.

- б) В школьной библиотеке имеются книги на иностранных языках. Отношение числа книг на англ-

лийском языке к числу книг на немецком языке равно $4 : 1$. Какую часть этих книг составляют книги на английском языке? А на немецком языке? Выразите ответ в процентах.

Ответ: $\frac{4}{5}$ и $\frac{1}{5}$; 80% и 20%.

- в) Бюджетные деньги, выделенные на школы двух районов, распределили между этими районами в отношении $3 : 5$. Сколько процентов бюджетных денег досталось каждому району?

Ответ: 37,5% и 62,5%.

- г) Акции предприятия распределены между государством и остальными акционерами в отношении $13 : 7$. Какой процент акций предприятия принадлежит государству?

Ответ: 65%.

- д) Отношение числа девочек к числу мальчиков в школе равно $23 : 17$. Сколько процентов от числа учащихся школы составляет число мальчиков?

Ответ: 42,5%.

- е) В пансионате имеются однокомнатные и двухкомнатные номера в отношении $5 : 3$. Для отдыха инвалидов оборудованы 16% однокомнатных и 4% двухкомнатных номеров. Сколько всего процентов номеров оборудованы для отдыхающих инвалидов?

Подсказка к решению. Сначала разделите 100% пропорционально числам 5 и 3.

Ответ: 11,5% номеров.

Задача 3.15. «Потери», выраженные в процентах.

- а) При сушке яблоки теряют 75% своей массы, т.е. ту часть влаги, которая из нее выпаривается. Сушеные яблоки содержат 20% влаги. Какова влажность свежих яблок?

Комментарий к решению

Масса сушеных яблок составляет $100\% - 75\% = 25\%$ массы свежих яблок и она содержит $0,25 \cdot 0,2 = 0,05$, т.е. 5% влаги. Таким образом, влажность свежих яблок $75\% + 5\% = 80\%$.

Ответ: 80% массы.

- б) При сушке абрикосов получится 40% сушеных. Сколько процентов влаги содержат свежие абрикосы, если в сушеных 25% влаги?

Ответ: 70% массы.

- в) Из некоторой массы свежей травы получается 60% сена, содержащего 20% влаги. Какова влажность свежей травы?

Ответ: 52% массы.

- г) Из некоторой массы свежих грибов получается 20% сушеных грибов, влажность которых 15%. Какова влажность свежих грибов?

Ответ: 83% массы.

- д) При сушке сливы теряют 75% своей массы. Сушеные сливы содержат 16% влаги. Какова влажность свежих слив?

Ответ: 79% массы.

- е) При сушке вишни теряют 80% своей массы. Сушеные вишни содержат 10% влаги. Какова влажность свежих вишен?

Ответ: 82% массы.

Задача 3.16. Концентрация раствора.

- а) Сколько граммов воды надо добавить к 180 г сиропа, содержащего 25% сахара, чтобы получить сироп, содержащий 20% сахара?

Комментарий к решению

Определим, сколько сахара в данной массе сиропа: $180 \cdot 0,25 = 45$ (г). Теперь найдем, сколько граммов 20-процентного сиропа получится, если взять 45 г сахара: $45 : 0,2 = 225$ (г). Таким образом, в данную массу сиропа надо добавить $225 - 180 = 45$ (г) воды.

Ответ: 45 г.

- б) Сколько граммов воды надо добавить к 200 г сиропа, содержащего 15% сахара, чтобы получить сироп, содержащий 10% сахара?

Ответ: 100 г.

- в) Сколько граммов воды надо добавить к 150 г сиропа, содержащего 40% сахара, чтобы получить сироп, содержащий 15% сахара?

Ответ: 250 г.

- г) Морская вода содержит 5% соли. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 40 кг морской воды, чтобы содержание соли в смеси составило 2%?

Подсказка к решению. Найдите массу соли в 40 кг морской воды; поскольку она составит массу соли в новой смеси, а это 2%, то теперь можно найти всю массу новой смеси и ответить на вопрос задачи.

Ответ: 60 кг.

- д)** Морская вода содержит 5% соли. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы содержание соли в смеси составило 4%?

Ответ: 7,5 кг.

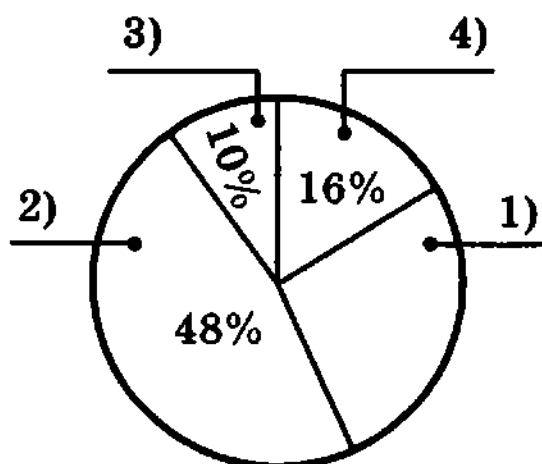
- е)** К 24 л раствора, содержащего 30% соли, надо добавить воду так, чтобы получился раствор, содержащий 8% соли. Сколько воды потребуется?

Ответ: 66 г.

ГЛАВА 4. КРУГОВЫЕ ДИАГРАММЫ

Задача 4.1. Анализ диаграммы.

- а) На диаграмме представлены результаты опроса студентов «Для чего Вы покупаете велосипед?» Каждый выбрал один из вариантов ответа:



- 1) чтобы ездить в городе,
- 2) чтобы кататься за городом,
- 3) чтобы ездить на рыбалку,
- 4) чтобы научиться ездить на велосипеде.

Найдите на диаграмме недостающие данные и вычислите, сколько студентов дали каждый из ответов, если было опрошено 600 студентов.

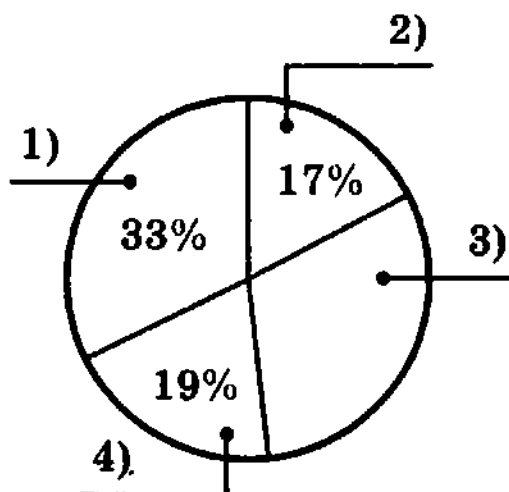
Комментарий к решению

Круговые диаграммы получают с помощью распределения площади круга на сектора, площади которых отвечают величинам данных, выраженных в процентах. Так как площадь всего круга принимается

за 100%, то на сектор 1 приходится $100\% - (48\% + 10\% + 16\%) = 26\%$. Найдем 26% от 600, получим, что 156 студентов купят велосипед, чтобы ездить в городе.

Ответ: 1) 26%, 156 студентов; 2) 48%, 288 студентов; 3) 10%, 60 студентов; 4) 16%, 96 студентов.

б) На диаграмме представлены результаты опроса «Для чего Вы покупаете телевизор?» Каждый выбрал один из вариантов ответа:

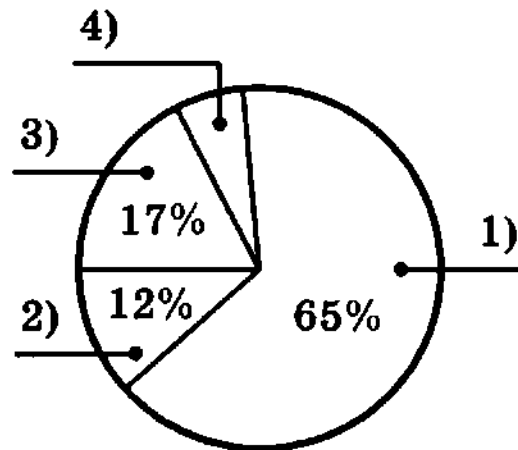


- 1) чтобы смотреть футбол,
- 2) чтобы смотреть канал «Культура»,
- 3) чтобы проводить свободное время,
- 4) чтобы увидеть новости дня.

Найдите на диаграмме недостающие данные и вычислите, сколько студентов дали каждый из ответов, если было опрошено 500 студентов.

Ответ: 1) 33%, 165 студентов; 2) 17%, 85 студентов; 3) 31%, 155 студентов; 4) 19%, 95 студентов.

в) На диаграмме представлены результаты опроса «Почему Вы покупаете витамины?» Каждый выбрал один из вариантов ответа:

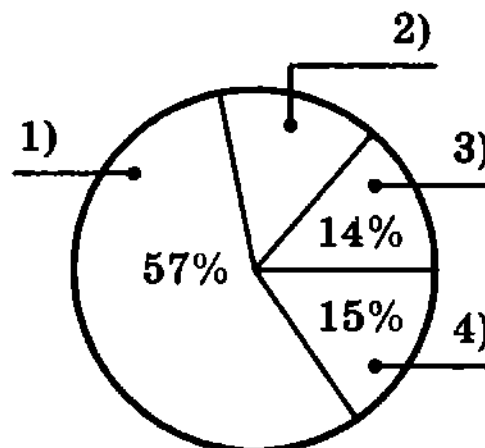


- 1) по совету врача,
- 2) по совету родителей,
- 3) поверил рекламе,
- 4) считаю полезными в это время года.

Найдите на диаграмме недостающие данные и вычислите, сколько человек дали каждый из ответов, если было опрошено 400 человек.

Ответ: 1) 65%, 260 человек; 2) 12%, 48 человек; 3) 17%, 68 человек; 4) 6%, 24 человека.

- г) На диаграмме представлены результаты опроса «Почему Вы покупаете абонемент в бассейн?» Каждый выбрал один из вариантов ответа:

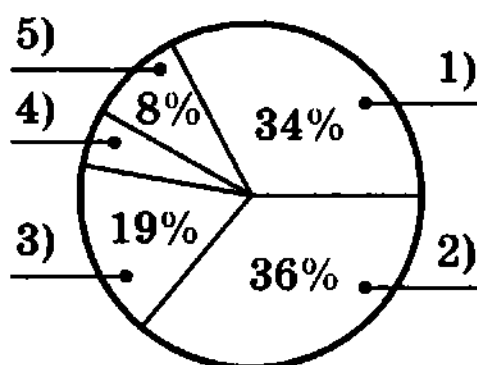


- 1) люблю плавать,
- 2) хочу научиться плавать,
- 3) по совету врача,
- 4) по совету родителей.

Найдите на диаграмме недостающие данные и вычислите, сколько человек дали каждый из ответов, если было опрошено 400 человек.

Ответ: 1) 57%, 228 человек; 2) 14%, 56 человек; 3) 14%, 56 человек; 4) 15%, 60 человек.

д) На диаграмме представлены результаты опроса «Каким видом транспорта Вы добираетесь до места своей работы?» Каждый выбрал один из вариантов ответа:

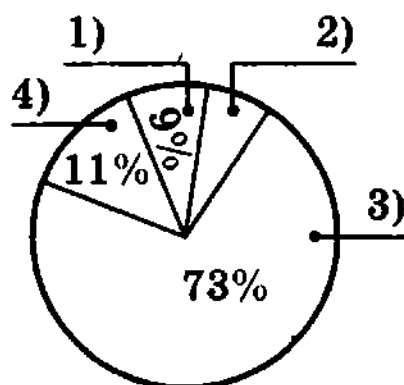


- 1) автобусом,
- 2) трамваем,
- 3) на своей машине,
- 4) на попутной машине,
- 5) никаким, хожу пешком.

Найдите на диаграмме недостающие данные и вычислите, сколько человек дали каждый из ответов, если было опрошено 500 человек.

Ответ: 1) 34%, 170 человек; 2) 36%, 180 человек; 3) 19%, 95 человек; 4) 3%, 15 человек, 5) 8%, 40 человек.

е) На диаграмме представлены результаты опроса «В какое время года Вы предпочитаете брать отпуск?» Каждый выбрал один из вариантов ответа:



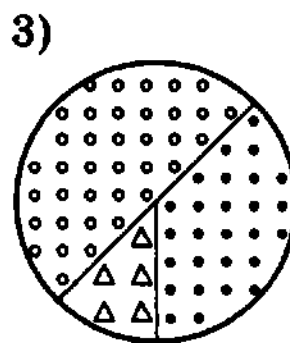
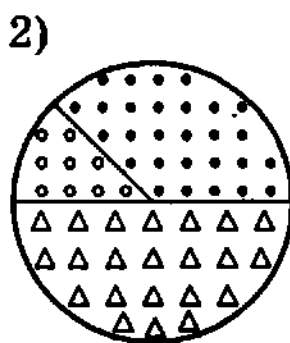
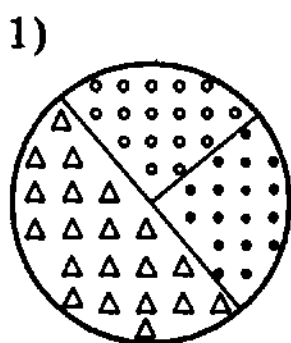
- 1) зимой,**
- 2) весной,**
- 3) летом,**
- 4) осенью.**

Найдите на диаграмме недостающие данные и вычислите, сколько человек дали каждый из ответов, если было опрошено 400 человек.

Ответ: 1) 9%, 36 человек; 2) 7%, 28 человек;
3) 73%, 292 человека; 4) 11%, 44 человека.

Задача 4.2. Выбор диаграммы.

- а) Выберите номер диаграммы, на которой правильно показано распределение территории парка, если 50% его площади отвели под детскую площадку, 25% оставшейся площади — под посадку деревьев, остальную — под газон и дорожки.



-  детская площадка
 деревья
 газон и дорожки

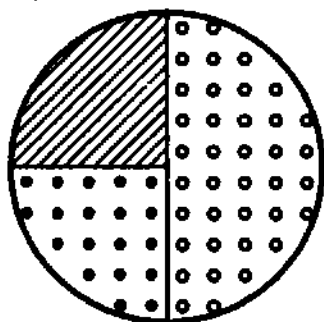
Комментарий к решению

Заметим сразу, что на диаграммах 1 и 2 показано, что под детскую площадку отведено 50% всей площади. Из этих диаграмм надо выбрать ту, на которой показано, что 25% оставшейся площади отведено под посадку деревьев. Найдём 0,25 от 0,5, получим 0,125, т.е. 12,5% — такой сектор указан на диаграмме 2.

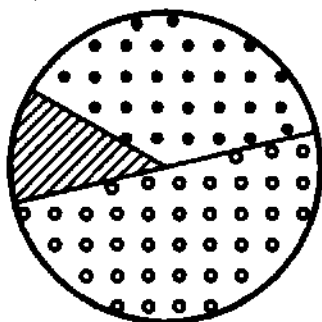
Ответ: диаграмма 2.

- б) Выберите номер диаграммы, на которой правильно показано распределение посадок при озеленении территории парка, если 25% его площади отвели по посадку акаций, 50% оставшейся площади — под посадку кленов, остальную — под газон.

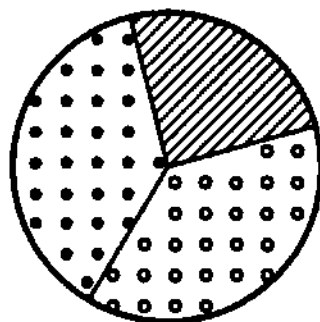
1)



2)



3)



акации



клены

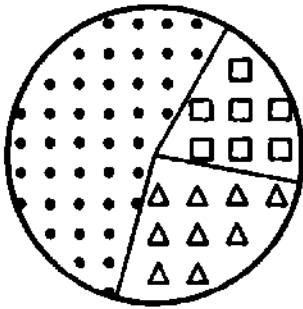


газон и дорожки

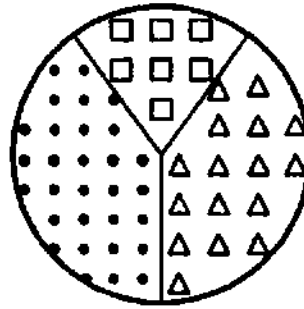
Ответ: диаграмма 3.

- в) Выберите номер диаграммы, на которой правильно показано распределение площади между домами для благоустройства территории: 20% площади — автостоянка, примерно 33% оставшейся площади — детская площадка, остальная — газон и дорожки.

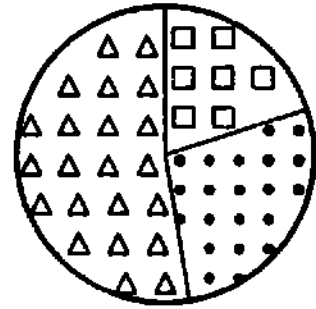
1)



2)



3)



автостоянка



детская площадка

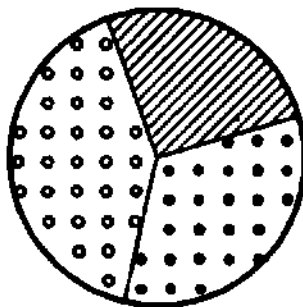


газон и дорожки

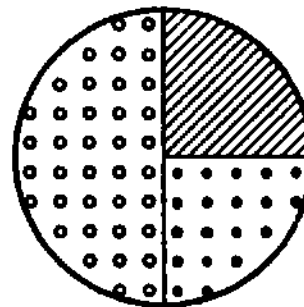
Ответ: диаграмма 1.

- г) Выберите номер диаграммы, на которой правильно показано распределение площади нового парка: 25% площади отведено для пруда, 33% оставшейся площади — под посадки деревьев, остальная — под газон и дорожки.

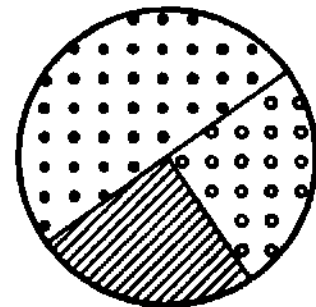
1)



2)



3)



пруд



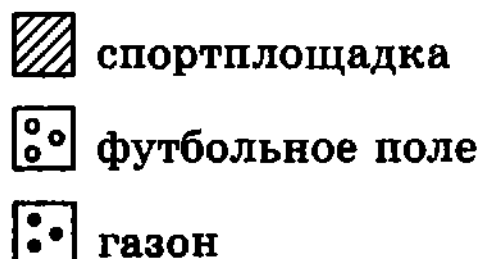
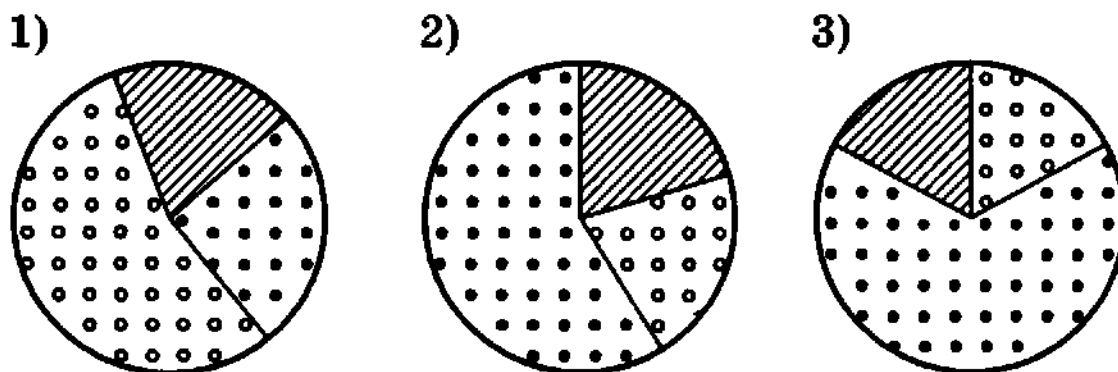
деревья



газон и дорожки

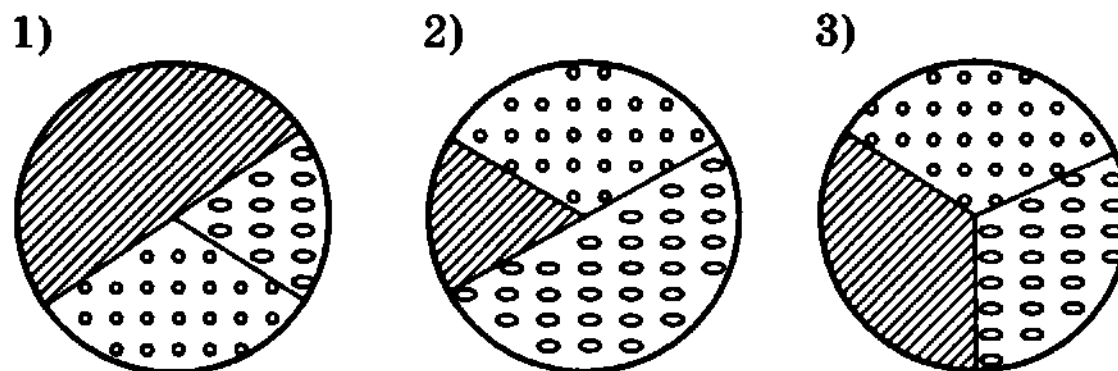
Ответ: диаграмма 3.

- д) Выберите номер диаграммы, на которой правильно показано распределение площади пришкольной территории: 20% — спортплощадка, 25% оставшейся площади — футбольное поле, остальная — газон.



Ответ: диаграмма 2.

- е) Выберите номер диаграммы, на которой правильно показано распределение площади огорода под посадку овощных культур: 33% — под капусту, 50% оставшейся площади — под огурцы, остальная часть — под лук.



Ответ: диаграмма 3.

Задача 4.3. Построение диаграмм.

а) Представьте в виде круговой диаграммы состав лекарственного сбора трав:

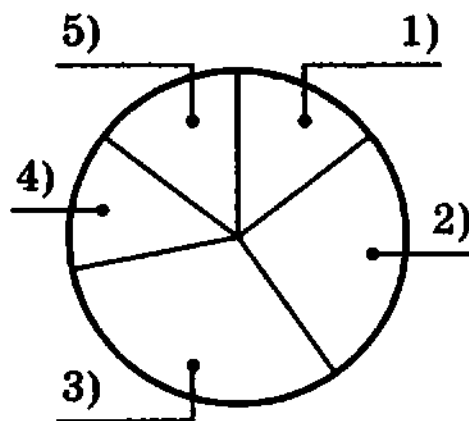
- 1) листьев шалфея — 14,4%;
- 2) корней солодки — 27%;
- 3) корней алтея — 29,8%;
- 4) плодов аниса — 14,4%;
- 5) почек сосны — 14,4%.

Комментарий к решению

В расчетах для построения диаграммы используем калькулятор. Результаты округлим до целых. Например, чтобы выделить сектор

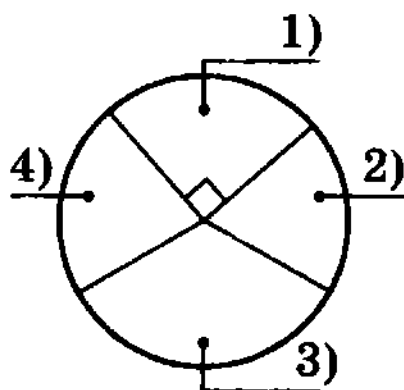
1) надо найти 14,4% от 360° , т.е. $0,144$ от 360 .
Получим $360^\circ \cdot 0,144 = 51,84^\circ \cdot 52^\circ$.

Ответ: см. рис. 1) 52° , 2) 97° , 3) 107° , 4) 52° , 5) 52° .



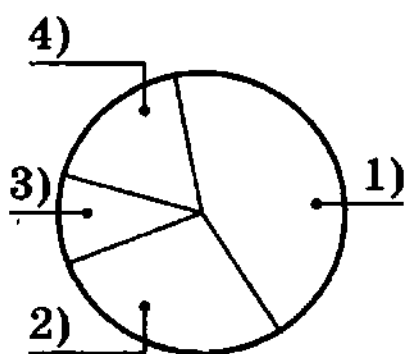
б) Представьте в виде круговой диаграммы состав лекарственного сбора из 4-х видов трав, если известно, какую часть сбора составляет каждая из трав: 1) 0,25, 2) 0,2, 3) 0,31, 4) 0,24.

Ответ: см. рис. 1) 90° , 2) 72° , 3) 112° , 4) 86° .



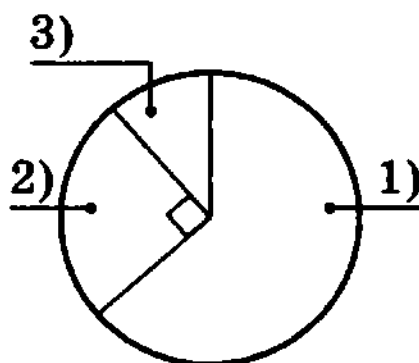
- в) Части городского бюджета, предназначенные для некоторых нужд города, приближенно выражаются следующими десятичными дробями: 1) 0,45; 2) 0,27; 3) 0,1; 4) 0,18. Представьте городской бюджет в виде диаграммы.

Ответ: см. рис. 1) 162° , 2) 97° , 3) 36° , 4) 65° .



- г) На выборах в областную администрацию три кандидата на одно место получили соответственно: 1) 63%, 2) 25%, 3) 12% голосов избирателей. Представьте распределение голосов в виде диаграммы.

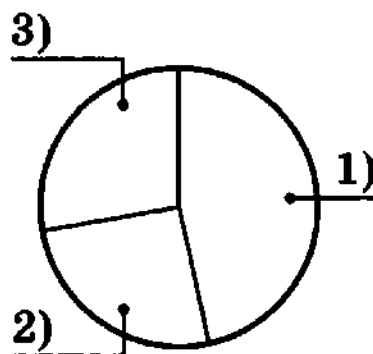
Ответ: см. рис. 1) 227° , 2) 90° , 3) 43° .



- д) В кассе театра в продаже есть билеты: 1) 45% билетов в партер, 2) 25% билетов в амфитеатр, остальные — на балкон.

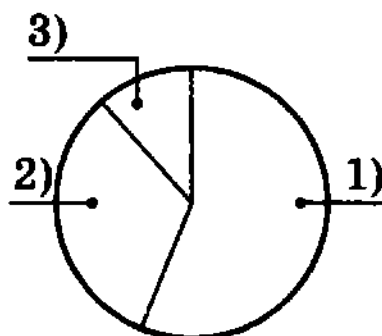
Представьте распределение билетов в виде диаграммы.

Ответ: см. рис. 1) 162° , 2) 90° , 3) 108° .



- е) Представьте в виде круговой диаграммы транспортный состав автопарка: 1) городские автобусы — 55%, 2) экскурсионные автобусы — 33%, остальной автотранспорт — это автобусы, требующие ремонта. Какая часть транспортного состава этого автопарка требует ремонта?

Ответ: см. рис. 1) 198° , 2) 119° , 3) 43° ; 12% или $\frac{3}{25}$.



Задача 4.4. Построение диаграмм.

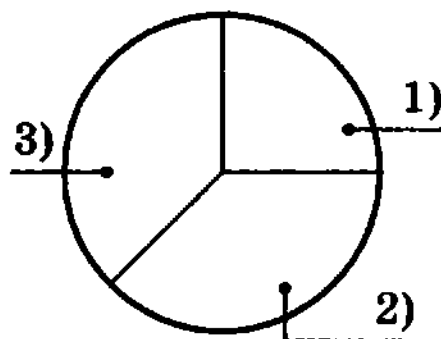
- а) Бюджетные деньги распределили между тремя школами в отношении 2 : 3 : 3. Сколько процентов бюджетных денег получит каждая школа?

Проиллюстрируйте расчеты с помощью круговой диаграммы.

Комментарий к решению

Разделим 100% в отношении 2 : 3 : 3. Получим, что первая школа будет иметь $100 : 8 \cdot 2 = 25$ процентов, вторая и третья по 37,5 процентов бюджетной суммы.

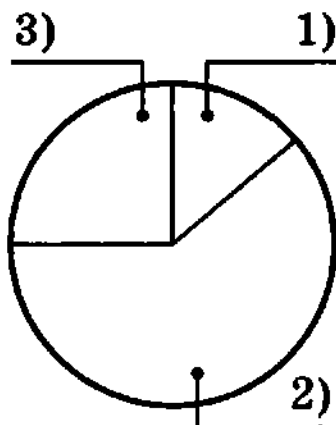
Соответствующие сектора на диаграмме имеют углы 90° , 135° и 135° .



Ответ: 1) 25%, 2) 135%, 3) 135%.

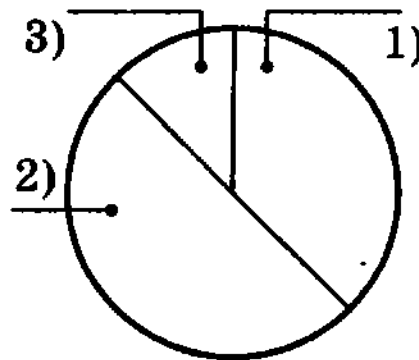
- б) Бюджетные деньги распределили между тремя школами в отношении 1 : 5 : 2. Сколько процентов бюджетных денег получит каждая школа? Проиллюстрируйте расчеты с помощью круговой диаграммы.

Ответ: 1) 12,5%, 2) 62,5%, 3) 25%. См. рис.
1) 45° , 2) 225° , 3) 90° .



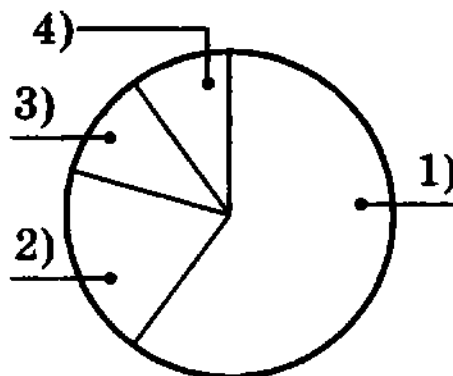
в) Выпуск книг в издательстве для детей представлен тремя видами детской литературы: сказки, повести и стихи в отношении 3 : 4 : 1. Сколько процентов выпуска книг составляют каждый из этих трех видов? Проиллюстрируйте состав книг всего выпуска с помощью круговой диаграммы.

Ответ: 1) сказки — 37,5%, 2) повести — 50%, 3) стихи — 12,5%. См. рис. 1) 135°, 2) 180°, 3) 45°.



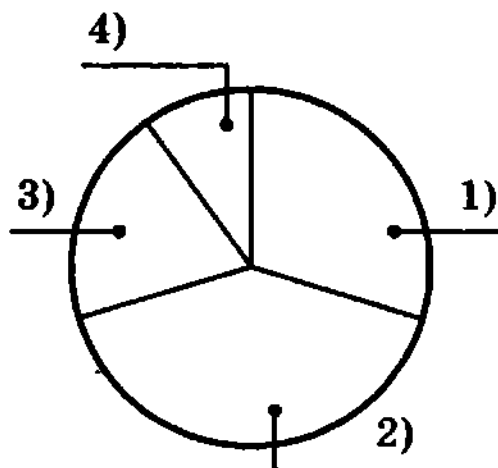
г) Книжный фонд библиотеки состоит из книг на русском, английском, немецком и французском языках в отношении 6 : 2 : 1 : 1. Сколько процентов книжного фонда библиотеки составляют книги на каждом из указанных языков? Проиллюстрируйте состав книг всего книжного фонда библиотеки с помощью круговой диаграммы.

Ответ: 1) на русском языке 60%, 2) английском — 20%, 3) немецком — 10%, 4) французском — 10%. См. рис. 1) 216°, 2) 72°, 3) 36°, 4) 36°.



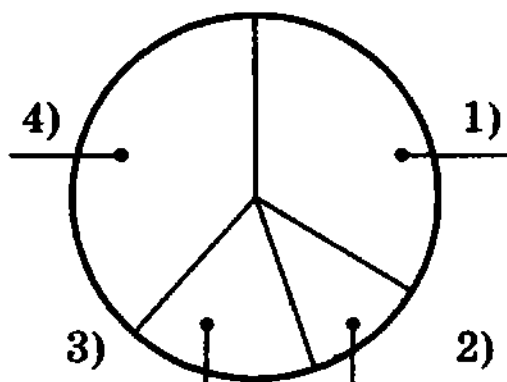
- д) Составили смесь из четырех трав в отношении $3 : 4 : 2 : 1$. Сколько процентов смеси составляет каждый вид травы? Проиллюстрируйте состав смеси трав с помощью круговой диаграммы.

Ответ: 1) 30%, 2) 40%, 3) 20%, 4) 10%. См. рис.
1) 108° , 2) 144° , 3) 72° , 4) 36° .



- е) Составили смесь из четырех трав в отношении $7 : 2 : 3 : 8$. Сколько процентов смеси составляет каждый вид травы? Проиллюстрируйте состав смеси трав с помощью круговой диаграммы.

Ответ: 1) 35%, 2) 10%, 3) 15%, 4) 40%. См. рис.
1) 126° , 2) 36° , 3) 54° , 4) 144° .



Задача 4.5. Построение диаграмм.

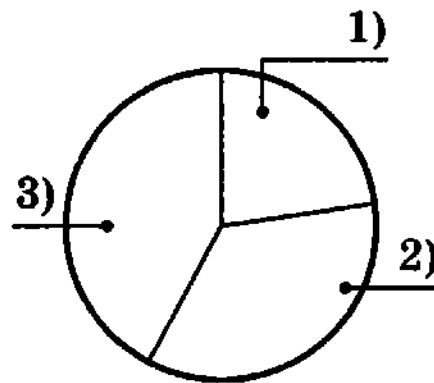
- а) На книжной ярмарке за 3 дня продали все школьные учебники. В пятницу продали 300 учебников,

в субботу — 420, в воскресенье — 530 учебников. Какой процент от всех имевшихся на ярмарке школьных учебников составляют проданные в каждый из этих трех дней? Используя полученные результаты, проиллюстрируйте условие задачи с помощью круговой диаграммы.

Комментарий к решению

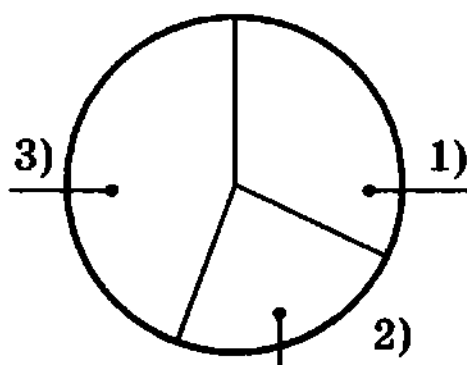
Всего продано $300 + 420 + 530 = 1250$ учебников: в пятницу 24%, в субботу 33,6%, в воскресенье 42,4%. Для построения диаграммы выполним расчеты: 1) $360^\circ \cdot 0,24 \approx 86^\circ$, 2) $360^\circ \cdot 0,336 \approx 121^\circ$, 3) $360^\circ \cdot 0,424 \approx 153^\circ$.

Ответ: 1) 24%, 2) 33,6%, 3) 42,4%. См. рис. 1) 86° , 2) 121° , 3) 153° .



- б) Желающим студентам были предложены три экскурсии, проводимые в одни и те же сроки: 1) в Новгород, 2) в Псков, 3) в Санкт-Петербург. На первую записались 65 студентов, на вторую — 47 студентов, на третью — 88 студентов. Какая часть числа этих студентов записались на каждую из экскурсий? Используя полученные результаты, проиллюстрируйте условие задачи с помощью круговой диаграммы

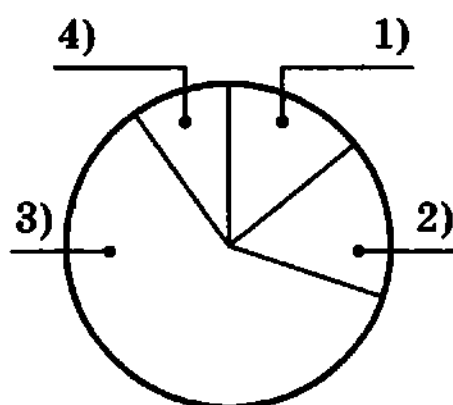
Ответ: 1) 0,325, 2) 0,235, 3) 0,44%. См. рис.
1) 117° , 2) 85° , 3) 158° .



в) «Какую воду вы пьете?» Такой вопрос был задан 100 человекам. Каждый выбрал один из четырех предложенных вариантов ответа: 1) минеральная и питьевая — 14 чел.; 2) минеральная — 19 чел.; 3) питьевая — 57 чел.; 4) не имеет значения — 10 чел.

Определите, какой процент от числа всех ответов составляют данные опроса. Используя полученные результаты, проиллюстрируйте условие задачи с помощью круговой диаграммы.

Ответ: 1) 14%, 2) 19%, 3) 57%, 4) 10%. См. рис.
1) 50° , 2) 60° , 3) 205° , 4) 36° .

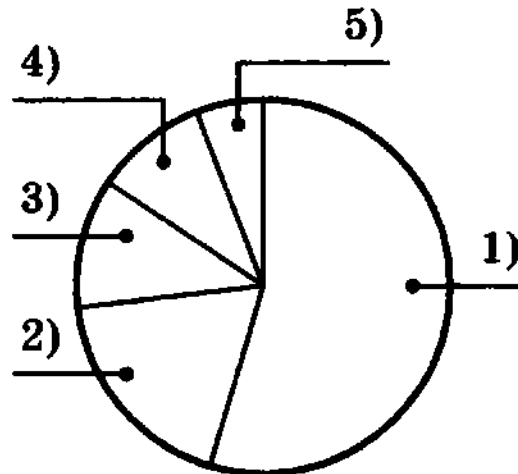


г) «Где вы покупаете стройматериалы для ремонта?» Такой вопрос был задан 100 человекам. Каждый выбрал один из четырех предложенных вариантов

ответа. Ответы распределились следующим образом: 1) на строительных рынках — 55 чел., 2) в специализированных магазинах — 19 чел., 3) в супермаркетах — 11 чел., 4) в универмагах — 10 чел., 5) затрудняюсь ответить — 5 чел.

Определите, какой процент от числа всех ответов составляют данные опроса. Используя полученные результаты, проиллюстрируйте условие задачи с помощью круговой диаграммы.

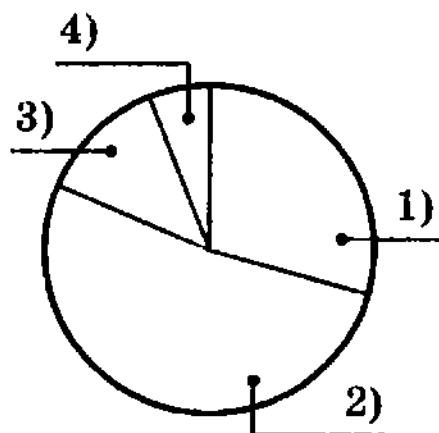
Ответ: 1) 55%, 2) 19%, 3) 11%, 4) 10%, 5) 5%.
См. рис. 1) 198° , 2) 68° , 3) 40° , 4) 36° , 5) 18° .



д) Накануне Нового года был проведен опрос: «Какую елку вы поставите на Новый год?» В опросе участвовало 300 человек. Каждому было предложено выбрать один из ответов. Ответы распределились следующим образом: 1) настоящую — 90 чел., 2) искусственную — 152 чел., 3) никакую — 38 чел., 4) пока не знаю — 20 чел.

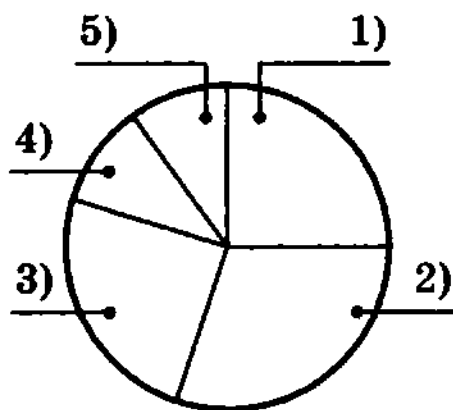
Определите, какой процент от числа всех ответов составляют данные опроса. Используя полученные результаты, проиллюстрируйте условие задачи с помощью круговой диаграммы.

Ответ: 1) 30%, 2) 51%, 3) 13%, 4) 6%. См. рис.
1) 108° , 2) 184° , 3) 46° , 4) 22° .



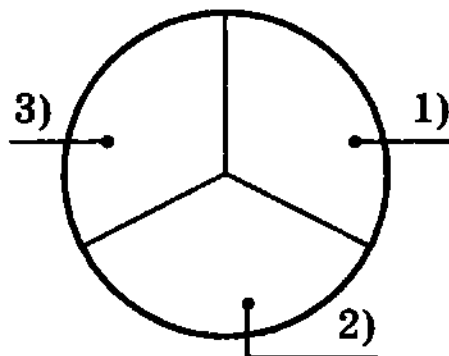
- е) За досрочное выполнение заказа 400 сотрудников одной из фабрик получили премию. Каждому сотруднику был задан вопрос: «На что он планирует потратить деньги?» и предложено дать один из ответов. Ответы распределились следующим образом: 1) на ремонт квартиры — 99 чел., 2) на обучение иностранному языку — 119 чел., 3) на видеокамеру — 102 чел., 4) на подарки — 39 чел., 5) пока не знаю — 41 чел. Определите, какой процент от числа всех ответов составляют данные опроса. Используя полученные результаты, проиллюстрируйте условие задачи с помощью круговой диаграммы.

Ответ: 1) 25%, 2) 30%, 3) 25%, 4) 10%, 5) 10%.
См. рис. 1) 91° , 2) 108° , 3) 91° , 4) 35° , 5) 35° .



Задача 4.6. Интерпретация данных.

- а) На диаграмме показано, как распределились мнения учащихся о просмотренном спектакле:



- 1) понравился,
- 2) не очень понравился,
- 3) не понравился.

Сколько примерно процентов учащихся высказали мнение «спектакль понравился»? А сколько — «не понравился»?

Комментарий к решению

Диаграмма имеет три почти одинаковых сектора. Если целое (круг) разделить на 3, то получим $\frac{1}{3}$ целого, т.е. примерно его 0,33, что соответствует 33%. Можно рассуждать иначе: целое, т.е. 100%, разделим на 3, получим примерно 33%.

Теперь можно ответить на вопросы.

Ответ: примерно 33% учащихся спектакль понравился и 33% — не понравился.

- б) На диаграмме показано, как распределились мнения учащихся о просмотренном фильме:

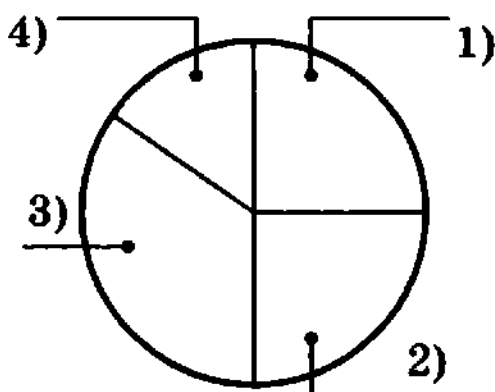
- 1) понравился,
- 2) очень понравился,

3) не очень понравился,

4) не понравился.

Сколько примерно процентов учащихся указали ответ «очень понравился»?

Сколько примерно процентов учащихся указали ответы «не очень понравился» и «не понравился»?



Ответ: 25%; 50%.

в) На диаграмме представлены данные о товаре магазина «Обувь»:

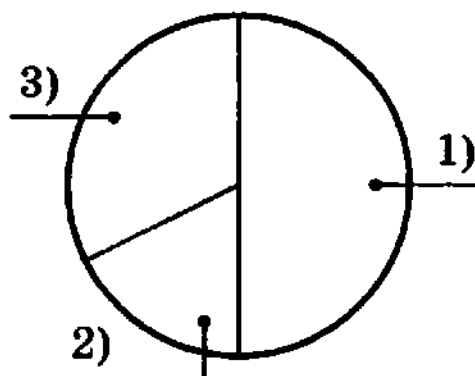
1) обувь для женщин,

2) обувь для мужчин,

3) обувь для детей.

Каков основной товар этого магазина и сколько процентов всего товара он составляет?

Сколько примерно процентов всего товара составляет обувь для детей?



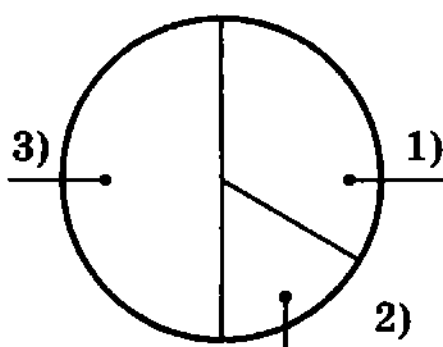
Ответ: обувь женская — 50%, детская $\approx$ 33%.

г) На диаграмме представлены данные о товаре магазина «Одежда»:

- 1) одежда для женщин,
- 2) одежда для мужчин,
- 3) одежда для детей.

Каков основной товар этого магазина и сколько процентов всего товара он составляет?

Сколько примерно процентов всего товара составляет одежда для мужчин?

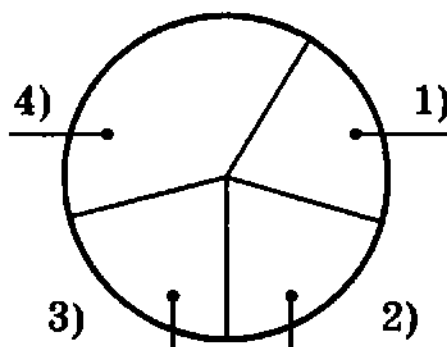


Ответ: одежда для детей — 50%; одежда для мужчин $\approx 17\%$.

д) На диаграмме представлены данные об озеленении города путем посадки деревьев:

- 1) осин, 2) кленов, 3) елок, 4) сосен.

Сколько примерно процентов всех деревьев составляют осины? А сосны? Каких деревьев больше: лиственных или хвойных, на сколько процентов?

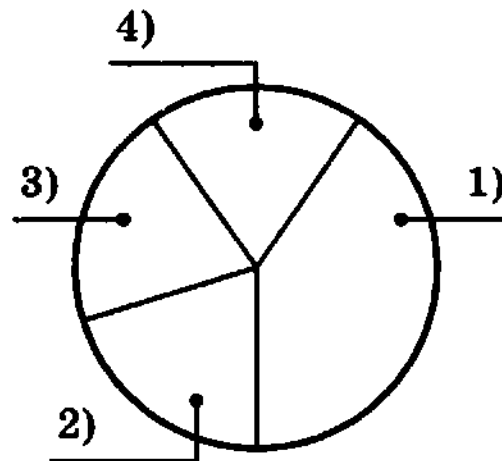


Ответ: осин 20%, сосен 40%; хвойных больше на 20%.

е) На диаграмме представлены данные об озеленении города путем посадки деревьев:

1) рябин, 2) берез, 3) елок, 4) сосен.

Сколько примерно процентов всех деревьев составляют елки? А рябины? Каких деревьев меньше: лиственных или хвойных и на сколько процентов?



Ответ: елок 20%, рябин 40%; хвойных меньше на 20%.

ГЛАВА 5. ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ, РЕШАЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ

Базу для решения задач на проценты алгебраическим способом составляет умение записать в виде выражения решение основных задач на проценты типа: 1) найти 20% от суммы в a рублей, 2) найти сумму денег, если известно, что ее 20% составляют a рублей. В первом случае — это $0,2a$, во втором — $a : 0,2$, т.е. $5a$.

Задача 5.1. *Нахождение первоначальной стоимости.*

- а) После снижения цен на 20%, килограмм груш стал стоить 36 р. Сколько стоил килограмм груш до снижения цен?

Комментарий к решению

Способ 1.

Пусть a р. — первоначальная цена груш, тогда снижение цен на 20% означает ее уменьшение на $0,2a$, т.е. новая цена груш равна $a - 0,2a = 0,8a$. Имеем $0,8a = 36$, отсюда $a = 45$.

Способ 2.

Если первоначальная цена груш a р. и она составляет 100%, то новая цена составляет $100\% - 20\% = 80\%$ от прежней и равна $0,8a$. Имеем $0,8a = 36$, отсюда $a = 45$.

Ответ: 45 р.

- б) Спортивный костюм после уценки товаров стал стоить 765 р. Сколько стоил этот костюм, если теперь он продается со скидкой 15%?

Ответ: 900 р.

- в) Стоимость коробки для упаковки игрушки составляет 5% стоимости самой игрушки. Упакованная игрушка стоит 630 р. Найдите стоимость игрушки.

Ответ: 600 р.

- г) Стоимость установки аппаратуры составляет 40% стоимости аппаратуры. Установка аппаратуры вместе с ее стоимостью составила 98 тыс. р. Какова стоимость аппаратуры?

Ответ: 70 тыс. р.

- д) Банк начисляет на вклад ежегодно 8%. Вкладчик в конце года получил 5940 р. Какой была исходная сумма вклада?

Ответ: 5500 р.

- е) Рюкзак после уценки товаров стал стоить 1056 р. Сколько стоил этот рюкзак, если теперь он продается со скидкой 12%?

Ответ: 1200 р.

Задача 5.2. Сравнение цен.

- а) Книга дороже альбома на 25%. На сколько процентов альбом дешевле книги?

Решение

Способ 1.

Пусть a — цена альбома, тогда цена книги $1,25a$.

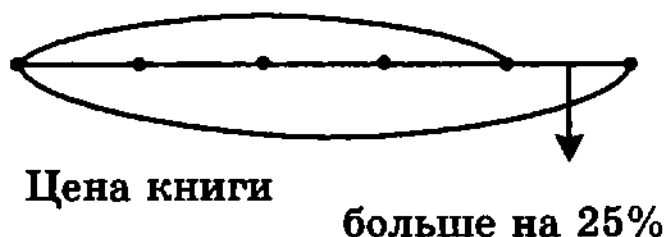
Цена альбома составляет $\frac{a}{1,25a} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5}$ цены книги,

т.е. на $\frac{1}{5}$ (иначе 20%) дешевле.

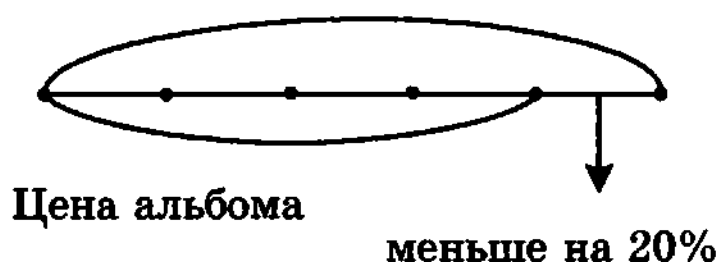
Способ 2.

Решим задачу, используя схематические рисунки. Цену альбома — 100% изобразим каким-либо отрезком. Увеличим этот отрезок на 25%, то есть на $\frac{1}{4}$ его часть; получим отрезок, соответствующий цене книги.

Цена альбома — 100%



Цена книги — 100%



Теперь цена книги составляет 100%. Она изображена большим отрезком. Цена альбома меньше цены книги на $\frac{1}{5}$ этого отрезка. Так как $\frac{1}{5}$ составляет 20%, то альбом дешевле книги на 20%.

Ответ: на 20%.

б) Блюдце на 20% дешевле тарелки. На сколько процентов тарелка дороже блюда?

Ответ: на 25% (проверьте ответ, используя схематические рисунки).

- в) В этом году тарифы на услуги лодочной станции на 20% ниже по сравнению с прошлым годом. Можно ли утверждать, что в прошлом году тарифы были на 20% выше, чем в этом году?

Ответ: нет (сделав рисунок, убедимся, что в прошлом году тарифы по отношению к нынешним были выше на 25%).

- г) Чашка на 20% дороже блюда. Какую часть стоимости чашки составляет стоимость блюда? На сколько процентов блюдо дешевле чашки?

Ответ: на $16\frac{2}{3}\%$.

- д) Цена книги была повышена на 10%. В конце года вновь была установлена старая цена. На сколько процентов снизили цену в конце года?

Ответ: на $9\frac{10}{11}\%$.

- е) Конфеты стали продавать в новой упаковке, при этом масса конфет была увеличена на 25% по сравнению с массой в прежней упаковке. На сколько процентов подешевели конфеты, если стоимость новой упаковки осталась прежней?

Ответ: на 20%.

Задача 5.3. Доход по вкладу.

- а) Петр открыл счет в банке на некоторую сумму денег. Годовой доход по этому вкладу составляет 8%. Если бы он добавил 2000 р., то через год получил бы доход 960 р. Какая сумма была внесена им в банк?

Комментарий к решению

Пусть x р. — сумма, которую Петр внес в банк.

Тогда $(x + 2000)$ р. было бы на вкладе, если бы он добавил 2000 р.

$0,08(x + 2000)$ р. — доход в 8%, который мог бы получить Петр с этой суммы.

Так как доход равен 960 р., то имеем равенство:

$$0,08(x + 2000) = 960.$$

Решив уравнение, получим $x = 10000$.

О т в е т: 10000 р.

- б) Ольга открыла счет в банке на некоторую сумму денег. Годовой доход по этому вкладу составляет 12%. Если бы она добавила 1000 р., то через год получила бы доход 720 р. Какая сумма была внесена ею в банк?

О т в е т: 5000 р.

- в) Магазин приобрел партию товара и от его продажи получил доход 60%. Если бы он приобрел этого товара на 20 тыс. рублей больше и продавал на тех же условиях, то доход составил бы 72 тыс. рублей. На какую сумму денег был приобретен товар?

О т в е т: 100 тыс. р.

- г) Магазин приобрел партию товара по оптовой цене, с тем, чтобы, продав товар, получить прибыль 50%. Когда магазин продал 50% товара, а потом продал еще товара, приобретенного на 10 тыс. р., его доход составил 80 тыс. р. На какую сумму денег был приобретен товар?

О т в е т: 300 тыс. р.

- д) Клиент банка внес некоторую сумму денег на вклад с годовым доходом 6%. Если бы он внес на 5 тыс. рублей меньше, то его годовой доход составил бы 1,5 тыс. рублей. Какая сумма была внесена им в банк?

Ответ: 30 тыс. р.

- е) Клиент банка внес некоторую сумму денег на вклад с годовым доходом 8%. Если бы он внес на 5 тыс. рублей меньше, то его годовой доход составил бы 1,2 тыс. рублей. Какая сумма была внесена им в банк?

Ответ: 20 тыс. р.

Задача 5.4. Выделение частей целого.

- а) В конкурсе юношеских творческих работ на первые и вторые премии было выделено 15 тыс. р., причем 40% этих денег выделено на первые премии. Известно, что вторая премия составила 50% от первой. В результате конкурса вторых премий было выдано на 4 больше, чем первых. Сколько юношей получили первые премии и сколько вторые?

Комментарий к решению

Если 40% выделенных денег составляют первые премии, то это 6 тыс. р., а значит на вторые премии выделено 9 тыс. р. Далее введем неизвестное.

Способ 1.

Обозначим буквой x величину одной из премий — пусть первая премия составляет x р., тогда вторая премия составляет $0,5x$ р. Составим уравнение

$\frac{9}{0,5x} - \frac{6}{x} = 4$ и решим его: $x = 3$. Таким образом, пер-

вая премия составляет 3 тыс. р., ее получили двое юношей, а вторых премий на 4 больше, т.е. их получили шестеро юношей.

Способ 2.

Обозначим буквой x число юношей, получивших первую премию, тогда $x + 4$ число юношей, получивших вторую премию, $\frac{6}{x}$ — величина первой премии,

$\frac{9}{x+4}$ — величина второй премии. Так как вторая

премия составляет 50% первой, то $\frac{6}{x} = 2 \cdot \frac{9}{x+4}$.

Решив уравнение, получим $x = 2$. Таким образом, первую премию получили двое юношей, а вторых премий на 4 больше, т.е. их получили шестеро юношей.

Ответ: 2 и 6 юношей.

- б) Заказ на пошив рубашек был распределен между швеей и ее ученицей. Швея выполнила 75% заказа, сшив 90 рубашек. Количество рубашек, которое шила в день ученица, составило 30% количества рубашек, изготавливаемых в день швеей. Ученица работала на один день дольше швеи. Сколько рубашек в день шила швея и сколько ее ученица?

Ответ: 10 и 3 рубашки.

- в) Две группы туристов одновременно вышли с турбазы по одному и тому же маршруту и ежедневно проходили определенное для каждой группы число

километров. Когда первая группа прошла 50% маршрута, то это составило 24 км. Число километров, которое проходила в день вторая группа, составило 75% от числа километров, пройденных в день другой группой, а поэтому вторая группа была на маршруте на 1 день дольше. Сколько километров в день проходила каждая группа?

Ответ: 16 км и 12 км в день.

- г) Объем рукописи, которую надо было набрать на компьютере, распределили между оператором и его учеником. Оператор набрал 210 страниц, что составило 70% всей рукописи. Количество страниц, которые набирал оператор за час, составило 140% количества страниц, которые за час набирал его ученик. Ученик набирал оставшуюся часть рукописи на 4 ч меньше, чем оператор. Какое количество страниц набирал ученик за час? А оператор?

Ответ: 15 страниц в час., 21 страницу в час.

- д) На покупку мячей для волейбола и баскетбола было выделено 2000 рублей, причем 50% этих денег — на покупку баскетбольных мячей. Баскетбольные мячи дороже волейбольных на 25% и в результате купили волейбольных на 1 мяч больше, чем баскетбольных. Сколько купили волейбольных и сколько баскетбольных мячей?

Ответ: 5 и 4 мяча.

- е) На покупку пачек цветной и белой бумаги для детского творчества было выделено 1000 р., причем 60% этих денег выделено на покупку белой

бумаги. Пачка цветной бумаги дороже на 25% пачки белой бумаги. В итоге купили белой бумаги на 1 пачку меньше. Сколько купили белой и сколько цветной бумаги?

Ответ: 5 и 6 пачек.

Задача 5.5. Изменение процентного содержания.

- а) Сколько воды надо выпарить из 500 кг целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с 75%-ным содержанием воды?

Комментарий к решению

Найдем, сколько воды содержится в 500 кг целлюлозной массы: $500 \cdot 0,85 = 425$ (кг).

Пусть надо выпарить x кг воды, тогда останется $(425 - x)$ кг воды после выпаривания, что составит 75% полученной массы, равной $(500 - x)$ кг. Имеем уравнение:

$$425 - x = 0,75 (500 - x),$$

откуда $x = 200$.

Ответ: 200 кг.

- б) Сколько воды надо выпарить из 5 кг грибов, содержащих 80% воды, чтобы полученная масса грибов содержала 15% воды?

Ответ: примерно 3,8 кг.

- в) Сколько сахарного сиропа, содержащего 25% сахара, надо добавить к 200 г воды, чтобы получить раствор, содержащий 5% сахара?

Ответ: 50 г.

- г) Сколько сахарного сиропа, содержащего 40% сахара, надо добавить к 300 г воды, чтобы получить раствор, содержащий 25% сахара?

Ответ: 500 г.

- д) Имеется 30 г 15% -го раствора соли. Сколько граммов 75% раствора той же соли надо добавить в этот раствор, чтобы получить 50% -ный раствор соли?

Ответ: 42 г.

- е) Имеется 50 г 60% -го раствора соли. Сколько граммов 15% раствора той же соли надо добавить в этот раствор, чтобы получить 40% -ный раствор соли?

Ответ: 40 г.

Задача 5.6. Разделение целого на части.

- а) Известно, что в двух упаковках всего 85 м кружев. Когда использовали 80% одной упаковки и 60% другой упаковки, осталось всего 24 м. Сколько метров кружев в каждой упаковке?

Комментарий к решению

Пусть в первой упаковке x м кружев, тогда во второй $(85 - x)$ м кружев. Когда использовали 80% первой упаковки, в ней осталось $0,2x$ метров кружев. Когда использовали 60% второй упаковки, в ней осталось $0,4(85 - x)$ метров кружев. Имеем уравнение:

$$0,2x + 0,4(85 - x) = 24,$$

откуда $x = 50$.

Ответ: 50 м и 35 м.

- б) Два участка шоссе, требующие ремонта, составляют 55 км. За неделю отремонтировали 60% первого участка и 30% второго, всего 21 км. Какова длина каждого участка?

Ответ: 15 км и 40 км.

- в) В марте и апреле прошлого года было 35 солнечных дней. В этом году число солнечных дней в марте увеличилось на 30%, а в апреле уменьшилось на 20% и было всего 38 дней. Сколько было солнечных дней в марте и сколько в апреле прошлого года?

Ответ: 20 и 15 дней.

- г) В сентябре и октябре прошлого года было 35 солнечных дней. В этом году число солнечных дней в сентябре уменьшилось на 40%, а в октябре увеличилось на 10% и было всего 21 день. Сколько было солнечных дней в сентябре и сколько в октябре прошлого года?

Ответ: 15 и 20 дней.

- д) В двух секциях спортивной школы в начале года занимались 35 человек. К концу года в первой секции число человек увеличилось на 30%, а во второй — на 20%, и всего стало 44 человека. Сколько человек было в каждой секции первоначально?

Ответ: 20 и 15 человек.

- е) В двух секциях спортивной школы в начале года занимались 50 человек. К концу года в первой секции число человек увеличилось на 200%, а во второй уменьшилось на 20%, и всего стало 48 человек. Сколько человек было в каждой секции первоначально?

Ответ: 20 и 30 человек.

ГЛАВА 6. ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ С КАЛЬКУЛЯТОРОМ

(В комментарии к решению задач расчеты и графики выполнены с помощью научного калькулятора CASIO fx-82ES и графического калькулятора CASIO fx-9860G).

Задача 6.1. Банковские операции.

- а) За хранение денег сбербанк начисляет вкладчику 8% годовых. Вкладчик положил на счет в банке 5000 р. и решил в течение пяти лет не снимать деньги со счета и не брать процентные начисления. Подсчитаем, сколько денег будет на счете вкладчика через год, через два года, через пять лет.

Комментарий к решению

Способ 1.

Так как 8% от 5000 р. составляют 400 р., то через один год на счете окажется $5000 + 400 = 5400$ (р.). В конце второго года банк будет начислять проценты уже на новую сумму. Так как 8% от 5400 р. составляют 432 р., то через два года на счете окажется $5400 + 432 = 5832$ (р.). Вычисляя последовательно, найдем, что через пять лет на счете вкладчика будет 7346,64 р.

Способ 2.

Через год начальная сумма вклада увеличится на 8%, значит, новая сумма составит от первоначальной

108%. Таким образом, через год вклад увеличится в $\frac{108}{100} = 1,08$ раза и составит $5000 \cdot 1,08$ (р.).

Еще через год образовавшаяся на счете сумма снова увеличится в 1,08 раза. Таким образом, через два года на счете будет $(5000 \cdot 1,08) \cdot 1,08 = 5000 \cdot 1,08^2$ (р.).

Аналогично, через три года — $5000 \cdot 1,08^3$ (р.) и т.д. Теперь понятно, что через пять лет сумма на счете вкладчика составит $5000 \cdot 1,08^5$ (р.), т.е. 7346,64 р.

Ответ: 7346 р. 64 к.

б) Вкладчик открыл счет в банке, внося 2000 р. на вклад, годовой доход по которому равен 12%. Какая сумма будет находиться на его счете через год; через два года; через 6 лет?

Ответ: 2240 р., 2508 р. 80 к., 3947 р. 65 к. (Заметим, что через 7 лет сумма на счете превзойдет удвоенный вклад.)

в) В некоторой стране инфляция (повышение цен, ведущее к обесцениванию денег), составляет примерно 3% в год. Вычислите, сколько будет стоить компьютер через 7 лет, если сейчас он стоит примерно 300 у.е.

Ответ: примерно 370 у.е.

г) В прошлом году Олег для оплаты своего обучения воспользовался кредитом сбербанка, взяв сумму 40 тыс. р. с обязательством возвратить кредит (с учетом 20% годовых) через 3 года. В этом году снижены процентные ставки: для кредита на оплату обучения в образовательных учреждениях — с 20 до 19% годовых. Поэтому у Бориса, последо-

вавшего примеру брата, долг окажется меньше. На сколько?

Ответ: примерно на 1700 р.

Задача 6.2. Многократное изменение цены.

а) С 1 по 10 октября магазин проведет распродажу садового инвентаря: цены будут ежедневно снижать на 10%. В витрине магазина выставлена газонокосилка, которая продавалась по цене 1200 р. Исходя из условий распродажи, ответьте на вопросы:

- 1) Сколько рублей будет стоить газонокосилка на 2-й день распродажи?
- 2) Андрей хочет купить газонокосилку за 700 р. На какой день распродажи он может рассчитывать?
- 3) На какой день распродажи цена на газонокосилку будет снижена более, чем на 50%?
- 4) В начале или в конце распродажи цена товара падает быстрее?

Комментарий к решению

Ежедневное снижение цены на 10% ведет к тому, что новая цена будет составлять 90% (иначе 0,9) от цены предыдущего дня. Если новую цену обозначить буквой C , цену предыдущего дня буквой C_0 , а день распродажи буквой n , то получим формулу

$$C = C_0 \cdot 0,9^n.$$

Это математическая модель расчета стоимости товара при ежедневном снижении цен на 10%. Если

$C_0 = 1200$, то по формуле $C = 1200 \cdot 0,9^n$ с помощью калькулятора, работающего в табличном режиме, можно составить таблицу изменения цен на газокосилку с 1 по 10 октября (в столбце x указан номер дня, в столбце $F(x)$ — цена косилки в этот день):

M	X	F(X)	Math
1	0	1200	
2	1	1080	
3	2	972	

M	X	F(X)	Math
4	3	874.8	
5	4	787.32	
6	5	708.58	

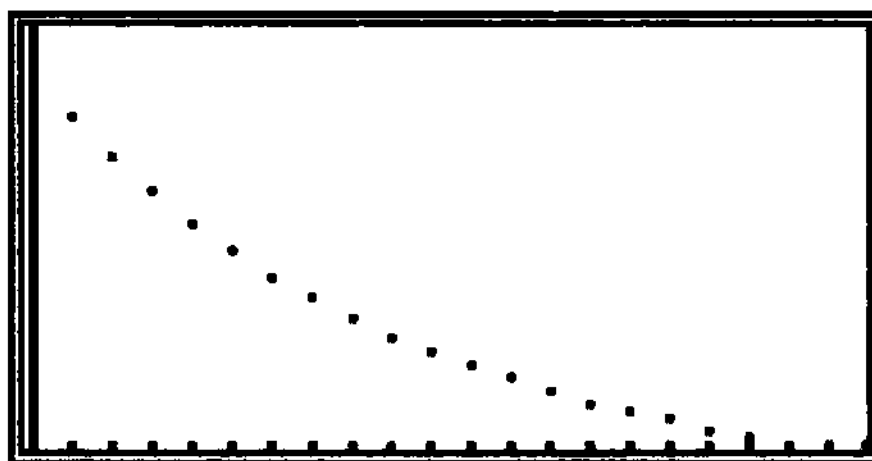
M	X	F(X)	Math
7	6	637.72	
8	7	573.95	
9	8	516.56	

M	X	F(X)	Math
10	9	464.9	
11	10	418.41	
12			

Просмотр таблицы помогает отвечать на вопросы задачи:

- 1) На 2-й день распродажи газокосилка будет стоить 972 р., то есть станет дешевле почти на 230 р.

- 2) Андрей может приходить в магазин на 5-й день распродажи, когда цена интересующего его товара станет равной 708 р.
- 3) Цена газонокосилки снизится более, чем на 50% (уменьшится в 2 раза), начиная с 7-го дня распродажи.
- 4) Ответить на вопрос: «В начале или в конце распродажи цена падает быстрее?» можно, опираясь на здравый смысл. Так как ежедневно берется процент от цены, меньшей, чем в предыдущий день, то в начале распродажи цена падает быстрее. Наглядно представить ситуацию поможет график:



Так выглядит график на экране графического калькулятора. Но его схематическое изображение возможно и в тетради. Для этого в прямоугольной системе координат по оси абсцисс отметим числа 1, 2, ...10, а по оси ординат, немного отступив от 0, отметим числа 400, 500, ..., 1200 и по примерному расположению точек с координатами, приведенными в таблице научного калькулятора (см. выше), построим график.

б) В сентябре универмаг проводит распродажу товаров, не пользующихся спросом в осенне-зимний период. С 11 по 30 сентября цены на такой товар ежедневно будут снижать на 5 %. В витрине универмага выставлен купальник, который летом продавался по цене 1099 р. Исходя из условий распродажи, ответьте на вопросы:

- 1) Сколько рублей будет стоить такой купальник на 5-й день распродажи?
- 2) На какой день распродажи купальник станет дешевле примерно на 400 р.?
- 3) Маша хочет купить такой купальник за 500 р. Возможно ли исполнение ее желания?
- 4) В начале или в конце распродажи цена товара падает быстрее?

Подсказка к решению. Расчет таблицы на графическом калькуляторе (в столбце x указан номер дня, в столбце $F(x)$ — цена купальника в этот день):

X	Y1
1	1044
2	991.84
3	942.25
4	895.14

1

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1
5	850.38
6	807.86
7	767.47
8	729.09

8

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1
9	692.64
10	658.01
11	625.11
12	593.85

12

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1
13	564.16
14	535.95
15	509.15
16	483.69

16

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1
17	459.51
18	436.53
19	414.71
20	393.97

20

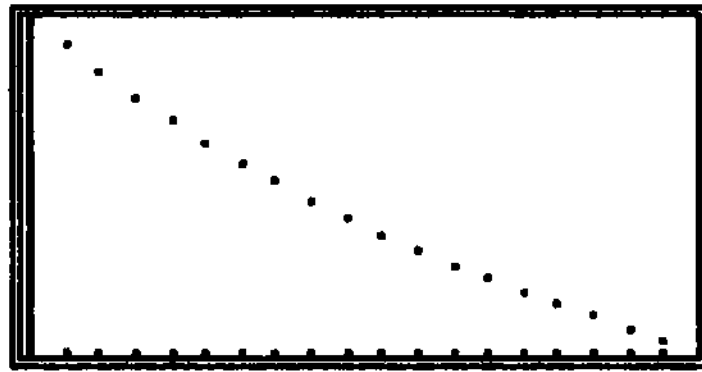
FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

Ответ:

- 1) На 5-й день распродажи купальник будет стоить 850 р., то есть станет дешевле (на сколько?) почти на 250 р.
- 2) На 9-й день купальник станет дешевле примерно на 400 р., теперь его цена 693 р.
- 3) Когда Маша придет в универмаг на 15-й день распродажи, то возможно она купит купальник за 509 р., если, конечно, он окажется все еще в продаже.

- 4) Ответить на вопрос: «В начале или в конце распродажи цена падает быстрее?» можно, опираясь на здравый смысл: т.к. ежедневно берется процент от меньшей цены, чем в предыдущий день, то в начале распродажи цена падает быстрее.

Наглядно представить ситуацию поможет график (x изменяется от 1 до 20, y — от 390 до 1050).



Задача 6.3. Удвоение вклада.

- а) В банк внесен вклад в размере 500 р. Выясните, через сколько лет вклад удвоится, если банк выплачивает 8% годовых; 10%; 16%; 28%.

Комментарий к решению

Способ 1.

При 8% годовых сумма вклада, равная 500 р., ежегодно увеличивается в 1,08 раза. С помощью калькулятора будем последовательно выполнять операцию умножения на 1,08 и наблюдать за числовыми показаниями на экране калькулятора, чтобы определить, при которой по счету операции показания удвоятся. Получим: при 8% годовых вклад удвоится через 10 лет; при 10% годовых — через 7 лет; при 16%

годовых — через 5 лет; при 28% годовых — через 3 года.

Способ 2.

Можно наблюдать за изменением коэффициента ежегодного увеличения вклада: $1 \cdot 1,08$; $1 \cdot 1,08 \cdot 1,08$; $1 \cdot 1,08 \cdot 1,08 \cdot 1,08 \dots$ и зафиксировать, что произведение приблизится к числу 2 на 10-м шаге умножения. А далее при 10% годовых — вклад удвоится через 7 лет; при 16% годовых — через 5 лет; при 28% годовых — через 3 года.

Способ 3.

Ежегодное увеличение вклада на 8% ведет к тому, что новая сумма вклада будет составлять 108% (иначе 1,08) от суммы предыдущего года. Если новую сумму вклада обозначить буквой S , сумму внесенного вклада буквой S_0 , а год буквой x , то получим формулу

$$S = S_0 \cdot 1,08^x.$$

Если $S_0 = 500$, то по формуле $S = 500 \cdot 1,08^x$ можно составить таблицу изменения суммы данного вклада в течение ряда лет:

M	X	F(X)	Nath
1	1	540	
2	2	583.2	
3	3	629.85	3

M	X	F(X)	Nath
4	4	680.24	
5	5	734.66	
6	6	793.43	6

M	X	F(X)	Math
7	7	856.91	
8	8	925.46	
9	9	999.5	9

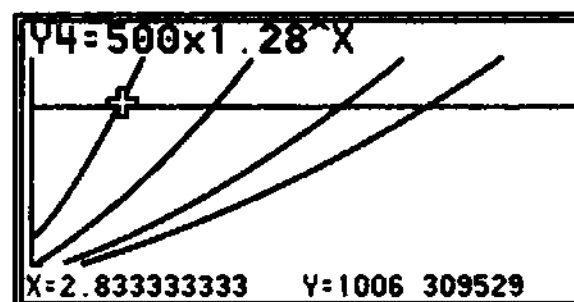
M	X	F(X)	Math
9	9	999.5	
10	10	1079.4	
11	11		

Просмотр этой таблицы, а также таблиц для других «процентов годовых», позволит дать ответ на вопросы задачи: при 8% годовых вклад удвоится через 10 лет; при 10% годовых — через 7 лет; при 16% годовых — через 5 лет; при 28% годовых — через 3 года.

При работе с *графическим калькулятором* желательно рассмотреть графическое представление результатов расчета, используя графики зависимостей:

$$y = 500 \cdot 1,08^x, \quad y = 500 \cdot 1,1^x, \quad y = 500 \cdot 1,16^x, \\ y = 500 \cdot 1,28^x.$$

Изображающие их точки координатной плоскости лежат на кривой (экспоненте), которая «уходит» вверх. Для наглядности момента удвоения вклада можно добавить прямую, характеризующую удвоение: $y = 1000$ (она параллельна оси абсцисс). Так, например, по графику видно, что при 28% годовых вклад удвоится через 3 года.



- б) В банк внесен вклад в размере 1,5 тыс. р. Выясните, через сколько лет вклад увеличится до 2 тыс. р., если банк выплачивает 5% годовых; через сколько лет тот же вклад станет больше на 1 тыс. р.

О т в е т: через 6 лет; через 11 лет.

Задача 6.4. Ежемесячные выплаты кредита.

- а) Андрей взял в банке кредит на 12 месяцев на покупку телевизора. Ежемесячно он должен возвращать банку $\frac{1}{12}$ кредитной суммы и выплачивать 1,25% за пользование имевшейся у него в данный месяц суммой. Рассчитайте выплаты, которые обязан сделать Андрей за каждый месяц, если сумма кредита составила 10 тыс. рублей.

Комментарий к решению

- 1) Советуем сначала составить расчетную формулу, обозначив сумму кредита буквой a . При составлении формулы расчета выплаты за месяц надо учесть, что в нее входят:

во-первых $\frac{1}{12}$ взятой суммы кредита, возвращаемой каждый месяц в течение года, т.е. $\frac{a}{12}$ р.;

во-вторых, 1,25 % от имевшейся в данный месяц суммы, т.е. в первый месяц — это 0,0125 от кредита, иначе $0,0125a$ р.; во второй месяц — это 0,0125 от $\frac{11}{12}$

кредита (т.к. $\frac{1}{12}$ кредита уже вернули в прошлом месяце), иначе $0,0125 \cdot \frac{11a}{12}$ и т.д.

Имеем:

$$1\text{-й мес.: } \frac{a}{12} + 0,0125a,$$

$$2\text{-й мес.: } \frac{a}{12} + 0,0125 \cdot \frac{11a}{12},$$

$$3\text{-й мес.: } \frac{a}{12} + 0,0125 \cdot \frac{10a}{12},$$

.....

$$12\text{-й мес.: } \frac{a}{12} + 0,0125 \cdot \frac{a}{12}.$$

Итак, обозначив размер выплаты буквой y , номер месяца буквой x , получим формулу:

$$y = \frac{a}{12} + 0,0125 \cdot \frac{(13-x)a}{12}.$$

Вынесем дробь $\frac{a}{12}$ за скобки и перепишем форму-

лу в виде: $y = \frac{a}{12}(1 + 0,0125(13-x)).$

- 2) Воспользуемся табличным режимом графического калькулятора и выполним расчеты при $a = 10000$. Получим расчетную таблицу выплат, которые обязан сделать Андрей за каждый месяц:

X	Y1
1	958.33
2	947.91
3	937.5
4	927.08

1

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1
5	850.38
6	807.86
7	767.47
8	729.09

8

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1
9	875
10	864.58
11	854.16
12	843.75

12

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

Анализируя таблицу, замечаем, что суммы ежемесячных выплат уменьшаются, так как от месяца к месяцу остаток, от которого начисляется процент, уменьшается.

Дополнительный вопрос: какая примерно сумма будет выплачена за первый, второй, третий, четвертый кварталы, за год?

Ответ: за первый квартал Андрей выплатит примерно 2844 р., за второй — 2750 р., за третий — 2656 р.; за четвертый — 2562 р., всего за год — 10812 р.

- б) Фирма взяла в банке кредит на один год на покупку аппаратуры. Ежемесячно она должна возвращать банку $\frac{1}{12}$ кредитной суммы и выплачивать 1,5% за пользование имевшейся у нее в данный месяц суммой. Рассчитайте выплаты, которые обязана сделать фирма за каждый месяц, если сумма кредита составила 100 тыс. рублей.

Какая примерно сумма будет выплачена за первый, второй, третий, четвертый кварталы, за год?

Ответ: за первый квартал фирма выплатит примерно 29125 р., за второй — 28000 р., за третий — 26875 р., за четвертый — 25750 р., всего за год — 109750 р.

X	Y1
1	9.8333
2	9.7083
3	9.5833
4	9.4583

1

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1
5	9.3333
6	9.2083
7	9.0833
8	8.9583

8

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1
9	8.8333
10	8.7083
11	8.5833
12	8.4583

12

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

Задача 6.5. Сравнение доходов.

- а) Две фирмы А и В одновременно начали свою деятельность. В первый месяц каждая из них получила доход 2 тыс. руб. В последующие 12 месяцев доход рос следующим образом: в фирме А доход

ежемесячно увеличивался на 1,1 тыс. руб.; в фирме В — в 1,4 раза. На каком месяце доход фирмы В опередит доход фирмы А?

Комментарий к решению

Для фирмы А ежемесячное изменение дохода a_n вычисляется по формуле $a_n = 2 + 1,1(n - 1)$. Для фирмы В ежемесячное изменение дохода b_n вычисляется по формуле $b_n = 2 \cdot 1,4^{n-1}$.

Построим таблицы расчета дохода для фирм А и В с помощью графического калькулятора.

X	Y1	Y2
1	2	2
2	3.1	2.8
3	4.2	3.92
4	5.3	5.488

1

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1	Y2
5	6.4	7.6832
6	7.5	10.756
7	8.6	15.059
8	9.7	21.082

8

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

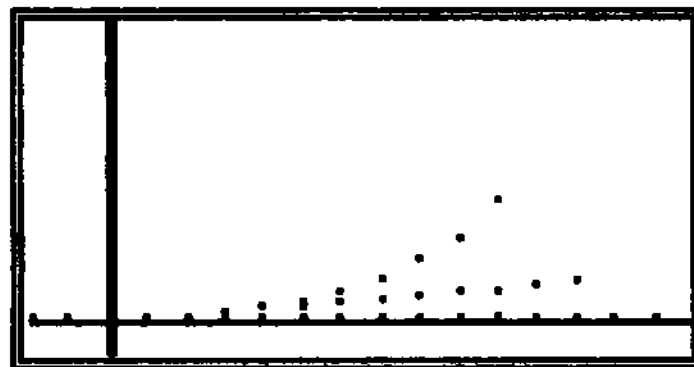
X	Y1	Y2
9	10.8	29.515
10	11.9	41.322
11	13	57.85
12	14.1	80.991

12

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

Из таблиц видно, что в первые три месяца доход фирмы А (см. столбец Y1) превышал доход фирмы В (см. столбец Y2). В последующие месяцы доход фирмы В существенно возрос и к концу года превысил доход фирмы А более, чем в пять раз.

Графическое представление последовательностей возрастания доходов также весьма наглядно:



- б) Две фирмы А и В одновременно начали свою деятельность. В первый месяц каждая из них получила доход 5 тыс. руб. В последующие 12 месяцев доход рос следующим образом: в фирме А доход ежемесячно увеличивался на 1,2 тыс. руб.; в фирме В — в 1,2 раза. На каком месяце доход фирмы В опередит доход фирмы А?

Подсказка к решению. Таблица расчета дохода для фирм А и В с помощью графического калькулятора:

X	Y1	Y2
1	5	5
2	6.2	6
3	7.4	7.2
4	8.6	8.64

1

FORM DEL ROW EDIT G-CON G-PLT

X	Y1	Y2
5	9.8	10.368
6	11	12.441
7	12.2	14.929
8	13.4	17.915

8

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

X	Y1	Y2
9	14.6	21.499
10	15.8	25.798
11	17	30.958
12	18.2	37.15

12

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

Ответ: в первые три месяца доход фирмы А превышал доход фирмы В, в последующие месяцы доход фирмы В существенно возрос и к концу года превысил доход фирмы А более, чем в два раза.

Задача 6.6. Накопление на банковском счете.

- а) Некто внес в конце января 1000 р. на счет сбербанка, по которому ежемесячно начисляется 2%. И затем в конце каждого месяца в течение года он вносил на этот счет еще по 1000 р., не снимая с него никаких сумм. Сколько рублей будет на его счете в конце декабря? На каком месяце доход составит примерно 1000 р.?

Комментарий к решению

Идет последовательное накопление денег на счете:

1 — январь 1000 (р.)

2 — февраль $1000 \cdot 1,02 + 1000$ (р.)

$$3 \text{ — март } (1000 \cdot 1,02 + 1000) \cdot 1,02 + 1000 = 1000 \cdot 1,02^2 + 1000 \cdot 1,02 + 1000 \text{ (р.)}$$

.....

$$12 \text{ — декабрь } 1000 \cdot 1,02^{11} + 1000 \cdot 1,02^{10} + \dots + 1000 = 1000(1,02^{11} + 1,02^{10} + \dots + 1) \text{ (р.)}$$

Выполнив вычисления $1000(1,02^{11} + 1,02^{10} + \dots + 1)$, получим, что в конце декабря на счете будет примерно 13412 р.

Отметим, что расчеты можно выполнять по формуле суммы первых n членов геометрической прогрессии $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$. Выполнив подстановку данных,

получим, что в декабре на счете будет сумма, равная $1000 \cdot \frac{1,02^{12} - 1}{0,02}$. Для ответа на второй вопрос предста-

вим последовательность накопления сумм на счете в виде таблицы с помощью научного калькулятора:

M		X		F(X)		Math	
1			1		1000		
2			2		2020		
3			3		3060.4		3

M		X		F(X)		Math	
4			4		4121.6		
5			5		5204		
6			6		6308.1		6

M		X		F(X)		Math	
7			7		7434.2		
8			8		8582.9		
9			9		9754.6		9

M	X	F(X)	Math
10	10	10949	
11	11	12168	
12	12	13412	
			12

Из таблицы видно, что по схеме накоплений, данной в условии задачи, уже на 10-м месяце доход составил примерно 1000 р.

Ответ: 13412 р.

- б) Некто внес в конце января 5000 р. на счет сбербанка, по которому ежемесячно начисляется 3%. И затем в конце каждого месяца в течение года он вносил на этот счет еще по 5000 р., не снимая с него никаких сумм. Сколько рублей будет на его счете в конце декабря?

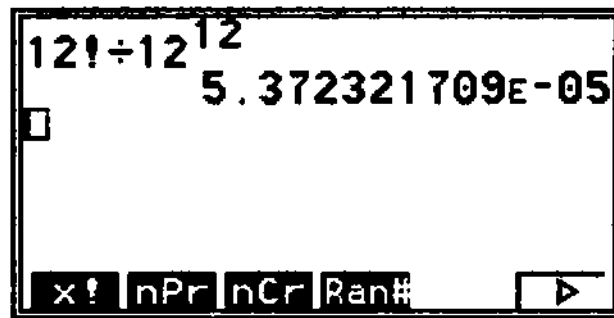
Ответ: 70960 р.

Задача 6.7. Вычисление вероятности.

- а) Какова вероятность того, что в компании из 12 человек все дни рождения придутся на разные месяцы года?

Комментарий к решению

При решении задачи можно рассуждать так: у компании из 12 человек для выбора месяца рождения (из 12 месяцев) существуют 12^{12} способов. Благоприятными будут те из них, в которых все месяцы различны, и таких способов в компании из 12 человек будет $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, то есть $12!$. Найдем отношение $\frac{12!}{12^{12}}$. Вычисляя с калькулятором, получим:



На экране калькулятора число записано в форме, соответствующей стандартной записи числа в виде $5,372321709 \cdot 10^{-5}$. Округлив это число до сотых, запишем

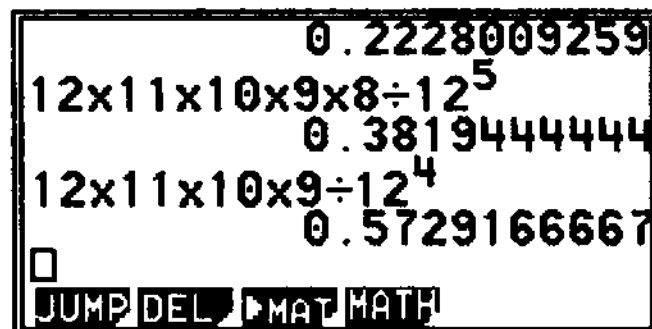
$$\frac{12!}{12^{12}} \approx 0,000054 \text{ или } \approx 0,005\%.$$

Следовательно, в компании из 12 человек все дни рождения придутся на разные месяцы года с вероятностью, примерно равной 0,005%.

- б) При каком числе человек в компании вероятность того, что все дни рождения придутся на разные месяцы года, будет не менее 0,5?

Подсказка к решению. Понаблюдайте за результатами вычисления вероятностей для компании из 6, 5 и 4 человек:

$$12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \div 12^6.$$



Округлив результаты до сотых, получим: 0,22; 0,38; 0,57. Теперь ясно, что если в комнате находятся всего лишь 4 человека, то уже имеется более половины шансов наступления ожидаемого события.

Ответ: вероятность события «все дни рождения придутся на разные месяцы года» не менее 0,5 существует для компании из 4-х, 3-х или 2-х человек.

Задача 6.8. Интерпретация данных.

а) Прочитайте сведения о населении г. Тулы в XIX веке: «В XIX веке население Тулы неуклонно росло. В 1819 г. в городе проживали 36253 жителя, в 1838 г. — 51876, в 1846 г. — 53759, в 1860 г. — 58084.

В абсолютных цифрах росло сословие оружейников, хотя в процентном отношении к горожанам их количество держалось примерно на одном уровне: в 1819 г. — 14142 чел. (38,9%), в 1838 г. — 17575 (34,5%), в 1846 г. — 19385 (36,2%), в 1860 г. — 21314 (36,7%). Они и мещане, которых было примерно столько же, составляли основную массу населения города.

Купцов в 1819 г. было 1508 чел. (4,2%), в 1838 г. — 1382 (2,6%), в 1846 г. — 1640 (3,0%), в 1860 г. — 2105 (3,6%).»

1) Выберите данные из текста и сведите их в таблицу:

Год	Жители, чел.	Оружейники, чел.	Купцы, чел.
1819			
1838			
1846			
1860			

- 2) Определите, в каком процентном отношении находилось число оружейников к населению Тулы в каждом году. Согласны ли вы с данными в приведенном тексте?
- 3) Постройте в тетради столбчатую диаграмму, характеризующую состав населения г. Тулы в 1819 г.

Комментарий к решению

- 1) Введем данные в табличном режиме работы графического калькулятора:

первый столбец (List 1) — год проведения переписи населения;

второй столбец (List 2) — общее количество жителей в каждом году;

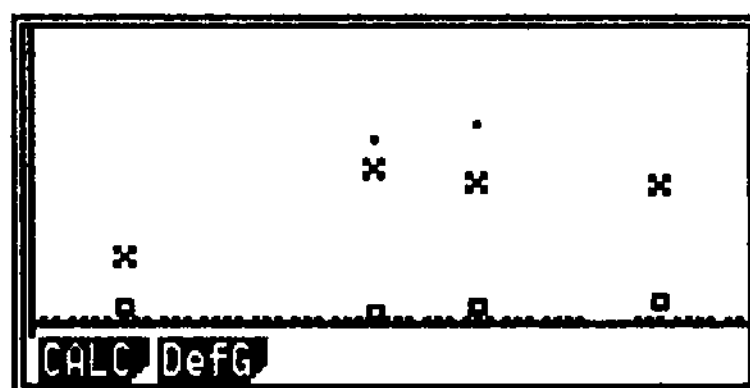
третий столбец (List 3) — количество оружейников (то же для мещан);

четвертый столбец (List 4) — количество купцов.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	YEAR			
1	1819	36253	14142	1508
2	1838	51876	17575	1382
3	1846	53759	19385	1640
4	1860	58084	21314	2105
				1819
GRPH CALC TEST INTR DIST ▸				

Для выполнения первого задания определим количество прочего населения г. Тулы в каждом году. Полученные значения занесем в пятый столбец:

	List 2	List 3	List 4	List 5
SUB				
1	36253	14142	1508	6461
2	51876	17575	1382	15344
3	53759	19385	1640	13349
4	58084	21314	2105	13351
				6461
GRPH CALC TEST INTR DIST				



При помощи калькулятора выведем данные на экран в виде точек координатной плоскости, откладывая по оси x — годы, по оси y — число человек и вводя обозначения для точек: число оружейников (оно же для мещан) — обычная точка ($\cdot$), число купцов — квадрат ($\square$), число прочего населения — крест ($\times$).

Графики иллюстрируют рост числа жителей г. Тулы: число оружейников (а также мещан) и купцов в рассматриваемый период растет и причем довольно равномерно. Заметим, что к 1838 г. значительно увеличилась доля прочего населения. По-видимому, это связано с тем, что в послевоенное время сократилась доля военных заказов и активизировался выпуск мирной продукции местным производством (например, уже в 1825 г. в Туле имелось 43 самоварных фабрики).

- 2) Определим для каждого года, в каком процентном отношении находилось число оружейников к населению Тулы (List 6):

	List 3	List 4	List 5	List 6
SUB				
1	14142	1508	6461	39.009
2	17575	1382	15344	33.878
3	19385	1640	13349	36.059
4	21314	2105	13351	36.695
			39.009	18545
	GPH1	GPH2	GPH3	SEL SET

В самом деле, судя по процентам число оружейников в рассматриваемые годы переписи населения составляло примерно треть населения г. Тулы. Поэтому, естественно, они и мещане, которых было примерно столько же, составляли основную массу (около 70%) населения города, как указано в цитируемом абзаце. Вот только обратим внимание на некоторое расхождение наших расчетов с приведенными в книге. Действительно, скорей всего, в книге отражены результаты расчетов с округленными данными. Так, например, при округлении числовых данных до тысяч имеем: если в 1819 г. было 36 тыс. чел. и среди них оружейников 14 тыс. чел, то рассматриваемое отношение равно 0,3(8), т.е. примерно 38,9%, как указано в книге.

- 3) Построим в тетради столбчатую диаграмму, характеризующую состав населения г. Тулы в 1819 г. Для построения диаграммы нам понадобятся данные первой строки полученной таблицы, округленные до тысяч: оружейники (14142 чел.) $\approx$ 14 тыс. чел., мещане (14142 чел.) $\approx$ 14 тыс. чел., куп-

цы (1508 чел.) $\approx$ 2 тыс. чел., прочее население (6461 чел.) $\approx$ 6 тыс. чел. Столбчатая диаграмма покажет наглядное соотношение между данными, ведь каждое значение представлено в виде столбика, высота которого пропорциональна этому значению. Дополнительно построив диаграммы для других лет, можно заметить, что пропорциональный состав населения г. Тулы в XIX веке почти не изменялся.

- б) В таблице представлены данные, полученные при инвентаризации склада, о наличии консервной продукции:

Название консервов	Масса нетто, г	Количество, шт.
Варенье клубничное	270	375
Конфитюр абрикосовый	640	324
Джем яблочный	510	536
Повидло сливовое	1060	420
Пюре яблочное	515	268
Сок яблочный	210	375

- 1) Произведите пересчет всех видов консервной продукции из физических банок в условные (для перевода объема продукции в условные единицы принимается банка массой нетто 400 г).
- 2) Рассчитайте долю (в %) каждого вида консервной продукции в общем объеме хранящейся продукции. Постройте в тетради соответствующую диаграмму.

Отв ет: результаты перевода объема продукции в условные единицы и расчета доли (в %) каждого вида консервной продукции в общем объеме хранящейся продукции сведем в таблицу:

Название консервов	Масса в усл. ед.	Доля в %
Варенье клубничное	253	8
Конфитюр абрикосовый	518	17
Джем яблочный	683	22
Повидло сливовое	1113	36
Пюре яблочное	345	11
Сок яблочный	197	6
Всего	3110	100

в) Рассмотрите таблицу, в которой приведены данные, полученные группой ребят: они зафиксировали количество единиц для отдельного вида транспорта, проходящего мимо их школы за час до занятий в школе (с 7 ч. 30 мин до 8 ч. 30 мин).

Интервал времени	Вид транспорта		
	А (автобус)	В (легковой автомобиль)	С (грузовой автомобиль)
7 ³⁰ –7 ⁴⁰	### ///	### ////	### ## ## //
7 ⁴⁰ –7 ⁵⁰	### ///	### ## ## /	### ## ##
7 ⁵⁰ –8 ⁰⁰	### ##	### ## ## ////	### ## ## //
8 ⁰⁰ –8 ¹⁰	### ////	### ## ## ## //	### ## ///
8 ¹⁰ –8 ²⁰	### ## /	### ## ## ## ///	### ///
8 ²⁰ –8 ³⁰	### ## //	### ## ## ## ## ////	### /

Используя данную информацию, выполните следующие задания:

- 1) Составьте таблицу, показывающую частоту появления каждого из видов транспорта, проходящего мимо школы в выделенные промежутки времени.
- 2) Для каждого вида транспорта подсчитайте относительную частоту его прохождения в выделенном промежутке времени. Полученные результаты сведите в составленную в тетради таблицу:

Интервал времени	А	В	С	D (всего)	A1 (%)	B1 (%)	C1 (%)
7 ³⁰ –7 ⁴⁰							
7 ⁴⁰ –7 ⁵⁰							
7 ⁵⁰ –8 ⁰⁰							
8 ⁰⁰ –8 ¹⁰							
8 ¹⁰ –8 ²⁰							
8 ²⁰ –8 ³⁰							

- 3) Постройте в одной и той же координатной плоскости три графика разброса:
 - относительных частот прохождения автобусов;
 - относительных частот прохождения легковых автомобилей;
 - относительных частот прохождения грузовых автомобилей.

По графикам охарактеризуйте ситуацию на дороге у школы за час до уроков.

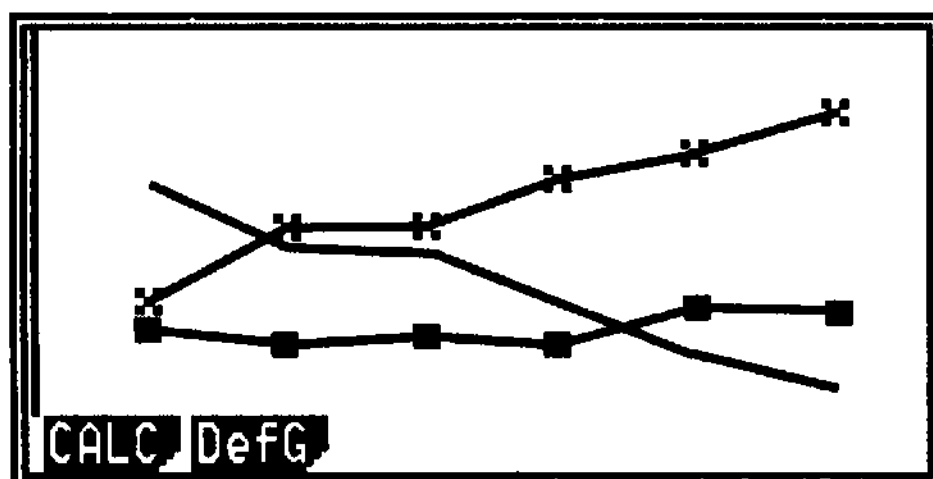
Ответ:

Таблица, показывающая частоту появления каждого из видов транспорта, проходящего мимо школы в выделенные промежутки времени.

Интервал времени	A	B	C	D (всего)	A1 (%)	B1 (%)	C1 (%)
7 ³⁰ –7 ⁴⁰	8	10	17	35	22	29	49
7 ⁴⁰ –7 ⁵⁰	8	16	15	39	21	41	38
7 ⁵⁰ –8 ⁰⁰	10	19	17	46	22	41	37
8 ⁰⁰ –8 ¹⁰	9	22	13	44	20	50	30
8 ¹⁰ –8 ²⁰	11	23	8	42	26	55	19
8 ²⁰ –8 ³⁰	12	29	6	47	25	62	13

Три графика разброса:

- график относительных частот прохождения автобусов — линия с точками;
- график относительных частот прохождения легковых автомобилей — линия с крестиками;
- график относительных частот прохождения грузовых автомобилей — чистая линия.



Охарактеризуем ситуацию на дороге у школы за час до уроков. Вот пример рассуждения: «Нижний график показывает относительно равномерную частоту прохождения автобусов в каждый промежуток времени (при сравнении с прохождением других видов транспорта). В промежуток времени с 7⁴⁰ до 7⁵⁰ прошло почти одинаковое число легковых и грузовых автомобилей, но чуть позже число грузовиков уменьшилось и стало даже меньше числа автобусов, а число легковых автомобилей увеличилось». Подключая к рассуждениям таблицу, заметим, что ситуация на дороге за час до занятий в школе довольно напряженная: за 10 минут в среднем проходит 42 единицы транспорта (при разбросе данных от 35 до 49 единиц транспорта).

КОММЕНТАРИЙ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Вопросы, связанные с изучением дробей и процентов, позволяют сделать школьный курс математики практико-ориентированным, показать учащимся, что приобретаемые ими математические знания применяются в повседневной жизни. Интерес учащихся в значительной степени поддерживается также и содержанием задач, фабулы которых приближены к современной тематике и к жизненному опыту учащихся. Это служит достаточно сильным мотивом для решения предлагаемых задач. Выскажем ряд рекомендаций к использованию задач из сборника.

1. Важно помочь учащемуся в осознании того, что решать задачи на проценты нетрудно, если знать, что под процентом понимают $\frac{1}{100}$ часть рассматриваемой

величины, что в первую очередь надо научиться употреблению нового термина, «переводу» задач с языка долей и дробей на язык процентов и обратно. При достаточно свободном и осознанном владении понятием процента можно переходить к решению основных задач на проценты. И именно поэтому в начале системы упражнений, предлагаемых в сборнике, напомним, как находить часть целого (выраженную дробью или в процентах), целое по ее части (выраженной дробью или в процентах), отношение величин (выразив его дробью или в процентах).

2. Желательно сначала научить (или восстановить умение) находить один процент величины, а потом — несколько процентов этой величины. Что касается второго приема решения — путем умножения (деле-

ния) на обыкновенную или десятичную дробь, то здесь он, конечно, рассматривается, но его обязательное усвоение может быть отнесено на более поздние сроки. Опыт показывает, что соответствующий навык вырабатывается в процессе многократного применения первого приема, как результат «свернутого» действия.

3. В сборнике не используются формулы простых и сложных процентов. Учащиеся могут решать задачи, опираясь не на формулы, а на понимание, на смысл понятия «процент», на умение находить процент от числа.

4. Решение задач на дроби и проценты базируется на предметно-практической деятельности учащихся, на геометрической наглядности. Поэтому к решению ряда задач сборника приводятся иллюстрации в виде рисунков. Хотелось бы поддерживать стремление учащихся к использованию рисунков, т.к. они помогут разобраться в задаче и увидеть путь решения.

5. При встрече с задачей на дроби или проценты учащийся знакомится с разными способами ее решения. Он овладевает разнообразными схемами рассуждения, обогащая свой опыт выбора способа решения задачи. При этом также значимо то, что при самостоятельном решении он имеет возможность предпочтения того или иного способа и может пользоваться тем, который ему кажется более удобным.

6. Круговые диаграммы служат не только развитию представлений учащихся об изображении информации, выражаемой обычно в процентах. Это еще один из видов задач, решая которые учащиеся применяют умение находить соотношения между частями целого.

7. По мере овладения алгебраическим аппаратом учащиеся осваивают новую стратегию решения рас-

четных задач на проценты — с помощью составления уравнения. Задачи на «концентрацию», «банковские расчеты» и пр. — это хорошие примеры практических задач, позволяющие продемонстрировать, как формальные алгебраические знания применяются в реальных жизненных ситуациях.

8. Материалы с 1-го по 5-й разделов сборника содержат задачи, решение которых встречается в школьном курсе математики и нередко включается в итоговую проверку математической подготовки учащихся за основную школу. Задачи сгруппированы от простых до более сложных и представлены в шести вариантах от а) до е). Вариант а) снабжен комментарием к решению. Ко всем задачам от б) до е) приводятся ответы и в ряде случаев подсказки к решению. Это обеспечит организацию индивидуальной помощи учащемуся в его самостоятельной работе.

9. В 6-м разделе сборника приводятся примеры задач, при решении которых, благодаря калькулятору, появилась дополнительная возможность работать с реальными данными, наблюдать по ходу числовых расчетов за промежуточными результатами, прогнозировать ответ. Особенностью таких задач является то, что калькулятор в них выступает как инструментальное средство, облегчающее получение результатов, в то время как основной смысл задачи заключается в поиске способа решения, формулировании тех или иных выводов, то есть активизации интеллектуальной деятельности учащихся. Возможность опереться на сформированные навыки в работе с процентами, на умение воспользоваться калькулятором, табличным и графическим представлением информации позволило расширить диапазон решаемых задач на проценты.

Учебное издание

Минаева Светлана Станиславовна

Дроби и проценты

5–7 классы

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 15295 от 13.04.2011 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Редактор *И.М. Бокова*
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Корректор *Г.М. Морозова*
Дизайн обложки *М.Н. Ершова*
Компьютерная верстка *Д.А. Ярош*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).